

Contrôle TS spécialité mathématiques

Exercice 1

Déterminer les entiers a , avec $1\ 000 \leq a \leq 2\ 000$, tels que le quotient et le reste de leur division euclidienne par 127 soient égaux.

Exercice 2

Le nombre n désigne un entier naturel.

- 1) Démontrer que $n^2 + 5n + 4$ et $n^2 + 3n + 2$ sont divisible par $n + 1$.
- 2) Déterminer l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles $3n^2 + 15n + 19$ est divisible par $n + 1$.
- 3) En déduire que, quel que soit n , $3n^2 + 15n + 19$ n'est pas divisible par $n^2 + 3n + 2$.

Exercice 3

Soit n un entier naturel.

- 1) Démontrer que le chiffre des unités de n est donné par le reste de la division euclidienne de n par 10.
- 2) a) Déterminer tous les entiers naturels n tels que $3^n \equiv 1 [10]$.
b) Quel est le chiffre des unités de $N_1 = 3^{10\ 29}$?
c) Quel est le chiffre des unités de $N_2 = 373^{2531} \times 2353^{190}$?

Exercice 4

- 1) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $2^{3n} - 1$ est divisible par 7.
- 2) En déduire que $2^{3n+1} - 2$ est un multiple de 7 et que $2^{3n+2} - 4$ est un multiple de 7.
- 3) Déterminer les restes de la division par 7 des puissances de 2.
- 4) Le nombre p étant un entier naturel, on considère le nombre entier $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$.
 - a) Si $p = 3n$, quel est le reste de la division de A_p par 7 ?
 - b) Démontrer que : si $p = 3n + 1$, alors A_p est divisible par 7.
 - c) Étudier le cas où $p = 3n + 2$.
- 5) On considère les nombres a et b écrits dans le système binaire :
 $a = 1001001000$ et $b = 1000100010000$.

Vérifier que ces deux nombres sont des entiers de la forme A_p .

Sont-ils divisibles par 7 ?