Contrôle Terminale ES

Exercice 1

On considère la série chronologique suivante :

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	20	25	33	42	51	60

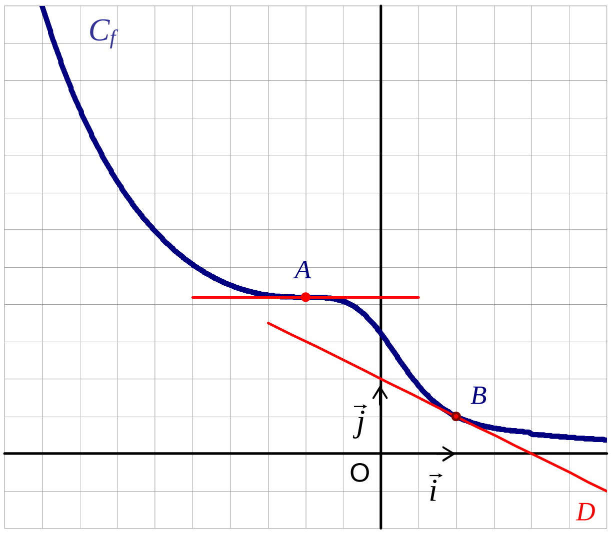
Pour chacune des deux affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en justifiant la réponse fournie.

→ Le point moyen est sur la droite d'équation $y = 8,2x + 9,8$.

→ La somme $S = \sum_{i=1}^{6} \left(y_i - ax_i - b \right)^2$ est minimale pour $a = 1$ et $b = 0$.

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Sur la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j} \right)$.

La courbe C_f est la courbe représentative de f. Les points $A(-1\ ;\ 2,1)$ et $B(1\ ;\ 0,5)$ sont des points de C_f.
La droite D est la tangente à C_f au point B. La tangente à C_f au point A est parallèle à l'axe des abscisses.

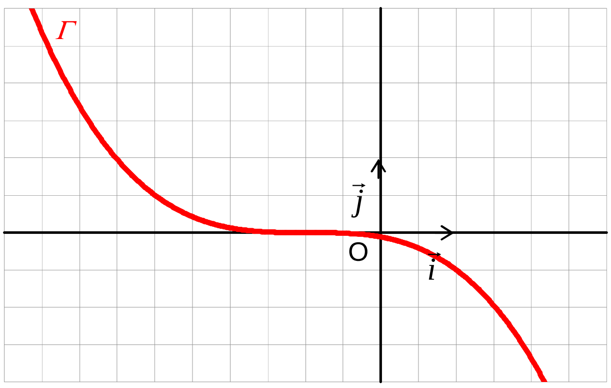


Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en justifiant la réponse fournie.

→ $f'(-1) = 0$

→ $f'(1) = -\dfrac{1}{2}$

→ La courbe Γ est la représentation graphique de la dérivée f' de la fonction f.



Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros de 2000 à 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
SMIC horaire en euros y_i	6,41	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27

(Source : INSEE)

1) Calculer le pourcentage d'évolution du SMIC horaire entre les années 2000 et 2006 (le résultat sera arrondi au centième).

2) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (*unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 1 euro sur l'axe des ordonnées ; les graduations commencent à 0 sur l'axe des abscisses et à 6 sur l'axe des ordonnées*).
Calculer les coordonnées du point moyen G de la série $\left(x_i ; y_i\right)$, et le placer sur le graphique.

3) Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés et les résultats seront arrondis au millième.
Le nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.
a) Donner une équation de la droite de régression D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
b) Représenter la droite D dans le repère précédent.

4) Calculer, avec cet ajustement affine, le montant du SMIC horaire en euros que l'on peut prévoir en 2010 (résultat arrondi au centième)

5) On envisage un autre modèle pour prévoir l'évolution du montant du SMIC horaire. On suppose qu'à partir de l'année 2007, le SMIC horaire progressera de 3,7 % par an. On désigne par u_n le montant du SMIC horaire, en euros, de l'année $\left(2006+n\right)$. On a donc $u_0 = 8,27$.
a) Calculer le montant du SMIC horaire en 2010 (résultat arrondi au centième).
b) À partir de quelle année le SMIC horaire aura-t-il dépassé 15 euros ?

Exercice 3

Soit la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{2n^2 + 1}{n^2}$ avec $n > 0$.

1) Calculer les quatre premiers termes de la suite
2) Démontrer qu'elle est décroissante, bornée et convergente.
3) A partir de quel rang le terme de la suite devient-il inférieur à 2,001 ?
4) On considère la suite (v_n) définie par $v_n = 3 - u_n$ pour $n > 0$.
Est-elle bornée ? Quelle est sa monotonie ? Est-elle convergente ?

Exercice 4

Dans cet exercice, aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la calculatrice, n'est demandé.

Le tableau suivant donne la dépense, en millions d'euros, des ménages en produits informatiques de loisirs (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1998 d'un pays P :

Année	1985	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang t_i de l'année	0	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Dépense y_i	196	301	318	332	349	361	376	389	400	407

1) Représenter le nuage de points $M_i(t_{i,}y_i)$ et le point moyen dans le plan muni d'un repère orthogonal avec, pour unités graphiques : 1 cm pour un rang en abscisse, 1cm pour 50 millions d'euros en ordonnée.
2) Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis à* 10^{-3} *près*).
Représenter D dans le repère précédent.
3) En utilisant cet ajustement affine, donner une estimation de la dépense des ménages en produits informatiques (*arrondie à un million d'euros*) en produits informatiques en 2005.

La forme du nuage présentant un ralentissement de la croissance permet d'envisager un ajustement à l'aide d'une parabole. On pose $x_i = (t_i - 21)^2$.
4) Recopier et compléter le tableau suivant

t_i	0	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_i	441									64
y_i	196	301	318	332	349	361	376	389	400	407

a) Représenter le nuage de points $N_i(x_{i,}y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal avec, pour unités graphiques : 1 cm pour 50 en abscisse, 1cm pour 50 millions d'euros en ordonnée.
b) Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis à* 10^{-3} *près*), la représenter dans le repère précédent.
c) En déduire une estimation y en fonction de t.
d) En utilisant cet ajustement, donner une nouvelle estimation de la dépense des ménages en produits informatiques (*arrondie à un million d'euros*) en produits informatiques en 2005.

5) En 2005 les ménages ont dépensé 8,9 milliards d'euros pour leurs loisirs et 5% de ces dépenses concernent les produits informatiques.
Avec lequel des deux ajustements l'estimation est-elle la meilleure ?