

LIMITES ET CONTINUITÉ

D) Limites de fonctions usuelles

Limite infinie d'une fonction à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Limite finie d'une fonction à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Limites de fonctions usuelles en un réel

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$$

II) Opérations sur les limites

Dans les tableaux qui suivent, les limites des fonctions f et g sont prises soit en $-\infty$, soit en $+\infty$, soit en un réel a . l et l' sont des nombres réels.

Lorsqu'il n'y a pas de conclusion en général, on dit alors qu'il y a un cas de forme indéterminée.

LIMITE D'UNE SOMME

Si f a pour limite	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
Si g a pour limite	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Alors $f + g$ a pour limite	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	FI

LIMITE D'UN PRODUIT

Si f a pour limite	l	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
Si g a pour limite	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$(+\infty)$ ou $(-\infty)$
Alors $f \times g$ a pour limite	$l \times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

Limite d'un quotient $\frac{f}{g}$ dans le cas où la limite de g n'est pas nulle

Si f a pour limite	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$(+\infty)$ ou $(-\infty)$
Si g a pour limite	$l' \neq 0$	$(+\infty)$ ou $(-\infty)$	$l' > 0$	$l' < 0$	$l' > 0$	$l' < 0$	$(+\infty)$ ou $(-\infty)$
Alors $\frac{f}{g}$ a pour limite	$\frac{l}{l'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

Limite d'un quotient $\frac{f}{g}$ dans le cas où la limite de g est nulle

Si f a pour limite	$(l > 0)$ ou $(+\infty)$	$(l > 0)$ ou $(+\infty)$	$(l < 0)$ ou $(-\infty)$	$(l < 0)$ ou $(-\infty)$	0
Si g a pour limite	0 restant positive	0 restant négative	0 restant positive	0 restant négative	0
Alors $\frac{f}{g}$ a pour limite	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI