

## Devoir TES<sub>2</sub>

Pour un promoteur immobilier, le coût de production, en millions d'euro, pour  $n$  palaces construits ( $0 \leq n \leq 30$ ), est donné par :  $C(n) = 0,5n + 2 - 1,5\ln(n + 1)$ .  
Chaque palace est vendu 400 000 € c'est-à-dire 0,4millions d'euro.

### Partie A :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 30]$  par  $f(x) = 0,5x + 2 - 1,5\ln(x + 1)$ .  
On appelle  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  et  $\mathcal{D}$  la droite d'équation  $y = 0,4x$  dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unités : 0,5 cm en abscisses, 2 cm en ordonnées).

1. Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation.
2. Montrer qu'il existe un point A de  $\mathcal{C}$  où la tangente  $\Delta$  est parallèle à  $\mathcal{D}$ . Donner les coordonnées de A.
3. Tracer  $\mathcal{D}$ ,  $\Delta$  et  $\mathcal{C}$ .

### Partie B :

1. Combien de palaces faut-il construire pour que le coût de production soit minimal ?
2. Combien le promoteur doit-il construire de palaces pour réaliser un bénéfice ?
3. On rappelle que le coût marginal est donné par la dérivée de la fonction coût total.
  - a. Calculer le coût marginal pour  $x = 9$  puis pour  $x = 24$ . Comparer, en les commentant, ces résultats avec le prix de vente unitaire.
  - b. Calculer pour quelle valeur de  $x$  le coût marginal est égal au prix de vente unitaire.

### Partie C :

1. Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de  $n$  palaces est, en millions d'euro :  $B(n) = -0,1n + 2 + 1,5\ln(n + 1)$
2.
  - a. Etudier les variations de la fonction  $g$  définie sur  $[0 ; 30]$  par  $g(x) = -0,1x + 2 + 1,5\ln(x + 1)$
  - b. Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution sur  $[0 ; 6]$ .  
On donnera un encadrement au dixième de cette solution.
  - c. Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $g(x)$  est maximal.
3. En déduire le nombre minimal de palaces à construire pour que le bénéfice soit positif et le nombre de palaces à construire pour que le bénéfice soit maximal.