

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier $n \geq 1$ par $u_n = \frac{2^n}{n^2}$

1) Calculer plusieurs valeurs de la suite (u_n) et émettre une conjecture sur sa limite éventuelle.

2) On pose $v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ pour tout entier $n \geq 1$

Exprimer v_n en fonction de n .

Démontrer que la suite (v_n) converge vers 2.

En déduire que $v_n > 1,5$ à partir d'un certain rang p .

3) On pose $w_n = \frac{u_n}{1,5^n}$ pour tout entier $n \geq p$

Démontrer que la suite (w_n) est croissante.

En déduire que $u_n \geq 1,5^{n-p} u_p$.

Déterminer la limite de la suite (u_n) .