Les groupes des frises

Il existe un nombre fini de types de frises. Le but de cette feuille est de le démontrer, d'en faire des croquis et de photographier ces frises dans vos "voyages en ville".

Une frise est une structure décorative en forme de bande, que nous supposerons infinie, invariante par translation et par certaines isométries du plan.
L'exemple le plus élémentaire de frise que l'on puisse concevoir est formé de points $(A_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ équidistants sur un axe. Notons I_n le milieu de $[A_{n-1}A_n]$. Posons : A_n défini par $\overrightarrow{OA_n} = n\,\vec{i}$. Les isométries du plan laissant invariante cette frise sont :

- les translations t^n, de vecteurs $n\,\vec{i}$, $n \in \mathbb{Z}$
- les symétries centrales S_{A_n} de centre A_n et les symétries centrales S_{I_n} de centre In, $n \in \mathbb{Z}$
- la symétrie axiale δ d'axe une droite de vecteur directeur colinéaire à $\vec{i}$
- les symétries axiales σ_{A_n} d'axe orthogonal aux droites portées par $\vec{i}$, passant par A_n, et σ_{I_n} d'axes orthogonales aux droites portées par $\vec{i}$,passant par I_n.
- les symétries glissées composées par δ et t^n, $n \in \mathbb{Z}$.

détail de colombage de l'Aitre Saint Maclou

En utilisant les transformations données plus haut et la notion de groupe, retrouvez les différents types de frises, faites en des croquis éventuellement basés sur des situations réelles et photographiez ces frises pendant vos sorties en ville.

Une étude de l'équivalent des frises dans l'espace pourrait permettre d'analyser les chaînes de toutes sortes, les guirlandes, les tresses, les cordages, etc .