GEOMETRIE DANS L'ESPACE

I) Droites et plans

Caractérisation d'une droite :

Par deux points distincts de l'espace, il passe une droite et une seule

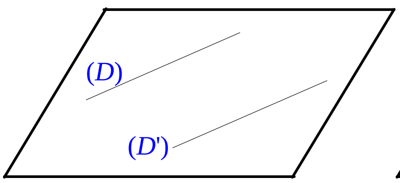
Caractérisation d'un plan

Par trois points non alignés de l'espace, il passe un et un seul plan.

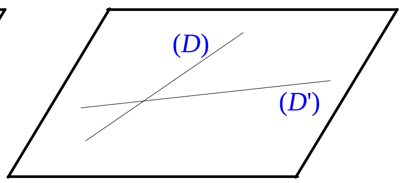
Un plan peut également être déterminé par une droite et un point extérieur à cette droite.

Lorsque trois points appartiennent à deux plan distincts, ces trois points sont alignés.

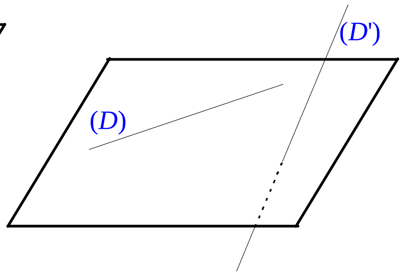
DROITES COPLANAIRES **DROITES NON COPLANAIRES**



(D) // (D')

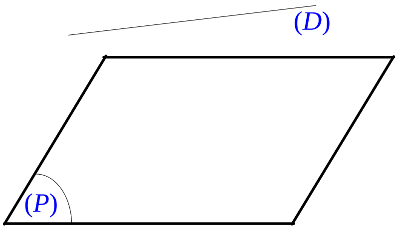


(D) et (D') sécantes

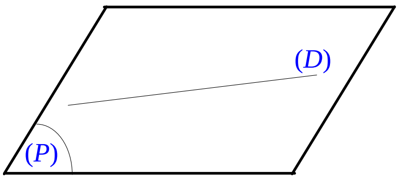


II) Parallélisme dans l'espace

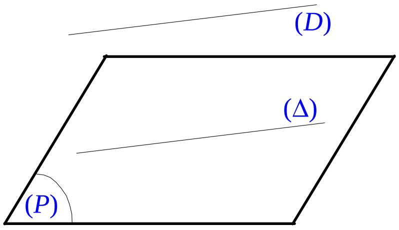
DROITE ET PLAN PARALLELES



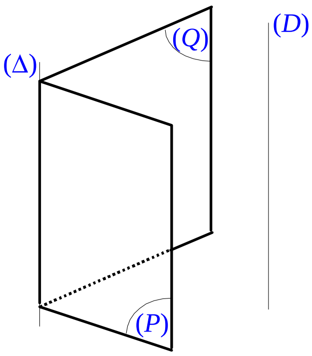
(D) ∩ (P) = ∅



(D) ⊂ (P)

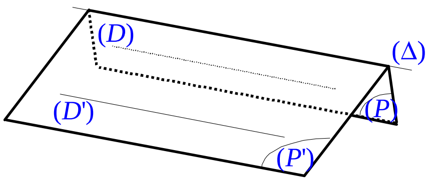


(D) // (P) si et seulement si
il existe (Δ) incluse dans (P)
telle que (Δ) // (P)

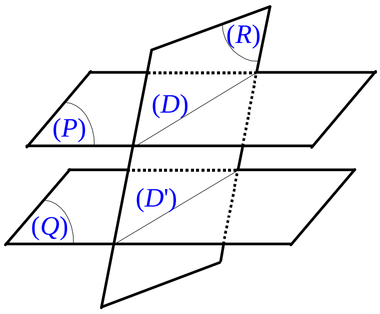


Si (D) // (P) et (D) // (Q) alors (D) // (Δ)

théorème du toit



Soit (D) // (D') et (P) ∩ (P') = (Δ)
Si (D) ⊂ (P) et (D') ⊂ (P')
alors (Δ) // (D) // (D')



Soit (P) // (Q). Alors (R) coupe (P)
et (Q) suivant deux droites parallèles.
(D) // (D')

Avec deux droites :

Deux droites sécantes ou deux droites strictement parallèles déterminent un plan.

Deux droites qui ne se coupent pas ne sont pas nécessairement parallèles.

Deux droites non coplanaires ne se coupent jamais (même si cela semble être le cas sur la figure).

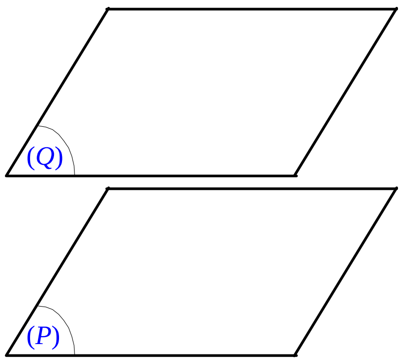
Une droite et un plan

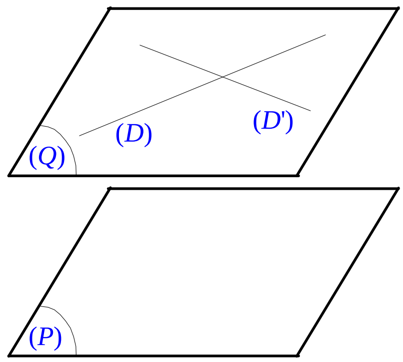
Si une droite et un plan ont deux points communs alors la droite est incluse dans le plan.

PLANS PARALLELES

$(P) = (Q)$

$(P) \cap (Q) = \varnothing$



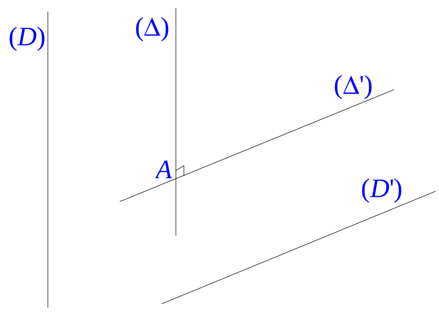


(P) // (Q) si et seulement si $(P) = (Q)$ ou $(P) \cap (Q) = \varnothing$

Si (Q) contient (D) et (D') sécantes, parallèles à (P), alors (Q) // (P)

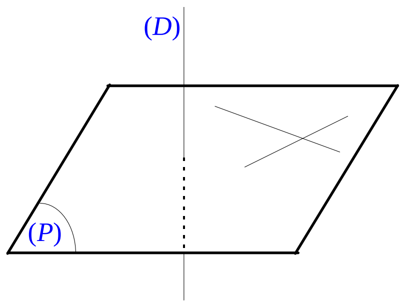
III) Orthogonalité dans l'espace

DROITES ORTHOGONALES

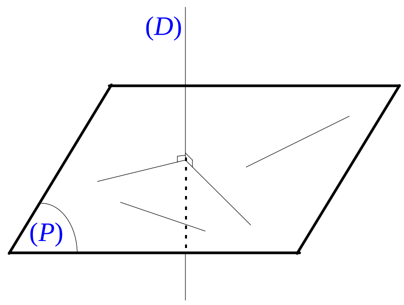


$(D) \perp (D')$ si, A étant un point quelconque, les droites (Δ) et (Δ') passant par A, respectivement parallèles à (D) et (D'), sont perpendiculaires.

DROITES ET PLANS ORTHOGONAUX



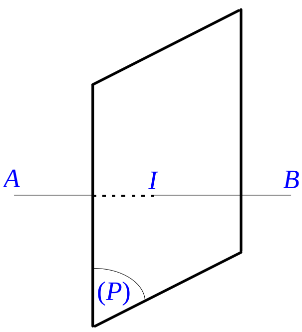
$(D) \perp (P)$ si (D) est orthogonale à deux droites sécantes de (P)



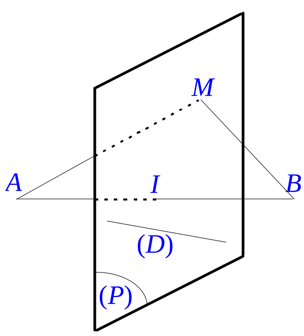
Si $(D) \perp (P)$ alors (D) est orthogonale à toute droite de (P)

Deux droites perpendiculaires sont toujours coplanaires et sécantes (et sont aussi orthogonales); Mais deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement perpendiculaires.
Par un point donné, il passe une unique droite perpendiculaire à un plan donné.
Par un point donné, il passe un unique plan perpendiculaire à une droite donnée.
Deux droites perpendiculaires à un même plan sont parallèles.
Deux plans perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

PLAN MEDIATEUR D'UN SEGMENT

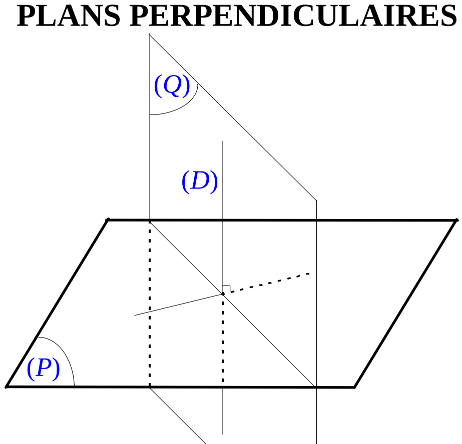


Soit I le milieu de $[AB]$. (P) est le plan médiateur de $[AB]$ équivaut à : $(P) \perp (AB)$ et $I \in (P)$



(P) est le plan médiateur de $[AB]$:
- Pour tout point M de (P) : $MA = MB$
- Si $(D) \subset (P)$ alors $(D) \perp (AB)$

PLANS PERPENDICULAIRES



$(Q) \perp (P)$ si (Q) contient une droite (D) telle que $(D) \perp (P)$.