

"ET" et/ou "OU"

Les sens des mots "et", "ou"

1) Compléter par ET ou bien par OU les dix phrases suivantes :

- a) Si ABCD est un carré de centre O alors $O \in [AC]$ $O \in [BD]$
- b) Si ABCD est un trapèze alors $(AB) \parallel (CD)$ $(AD) \parallel (BC)$
- c) Si ABC est un triangle isocèle alors $AB = AC$ $BC = BA$ $CA = CB$
- d) Si $AB = AC$ $AB = BC$ alors ABC est un triangle équilatéral
- e) Si D et D' sont des droites parallèles alors $D \cap D' = \emptyset$ $D = D'$
- f) Si $(x - 1)(x - 3) = 0$ alors $x = 1$ $x = 3$
- g) Si $x^2 + y^2 = 0$ alors $x = 0$ $y = 0$
- h) Si $ab > 0$ alors $(a > 0 \text{ } b > 0)$ $(a < 0 \text{ } b < 0)$
- i) Si $x \in]-5; -2[\cup]2; 5[$ alors $-5 < x < -2$ $2 < x < 5$
- j) Si $x \in]-5; 7[\cap]-3; 9[$ alors $-5 < x < 7$ $-3 < x < 9$

2) ET et OU sont des conjonctions de coordination employées avec des nuances diverses dans le langage courant.

Le mot ET peut marquer :
 - l'addition : "Je veux du pain et du beurre"
 - la conséquence : "Je n'ai pas dormi et je suis fatigué"
 - la succession temporelle : "Théo a frappé et est entré"
 - l'indignation : "Et tu l'as laissé partir"

Le mot OU marque le plus souvent :
 - l'alternative exclusive : "Ce sera un garçon ou une fille"
 - l'alternative inclusive : "Est-il bête ou méchant ?"

On trouve dans certains textes l'écriture **et/ou** indiquant fortement une alternative inclusive ; "Ce document sera signé par Monsieur et/ou Madame".

Préciser les sens des mots ET et OU utilisés dans les phrases de la question 1).

3) Soient deux cercles sécants C_1 et C_2 . On considère trois points I, J, K tels que I appartienne à C_1 , J appartienne à C_2 et K appartienne à C_1 OU C_2 .

- Les points I, J, K peuvent-ils être
- a) Confondus ?
 - b) Distincts et alignés ?
 - c) Distincts et sur le même cercle C_1 ?
 - d) Distincts et sur le même cercle C_2 ?

4) On considère le tableau de signes suivants :

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$x - 2$	-	0	+	+
$5 - x$	+	+	0	-
$(x-2)(5-x)$	-	0	+	0

Ecrire l'ensemble des réels x pour lesquels :

- a) $(x - 2)(5 - x) \leq 0$
- b) $x - 2 > 0$ et $5 - x < 0$
- c) $x - 2 < 0$ ou $x > 0$
- d) $(x - 2)(5 - x) \leq 0$ et $x \geq 0$
- e) $(x - 2 \leq 0 \text{ et } x \geq 0)$ ou $(5 - x \leq 0)$

Utilisation de "et" et "ou"

A partir de la phrase p et de la phrase q, on peut considérer deux nouvelles phrases désignées par "p et q" et "p ou q"

"p et q" est une phrase vraie uniquement si p et q sont toutes les deux vraies.

"p ou q" est une phrase fautive uniquement si p et q sont toutes les deux fausses.

- 1) a) Enumérer les cas où la phrase "p et q" est fautive.
- b) Enumérer les cas où la phrase "p ou q" est vraie.

2) Dire si les phrases ci-dessous sont vraies ou fausses.

- a) $5 > 2$ et $5 < 7$
- b) $5 > 2$ et $5 < 3$
- c) $5 < 2$ et $5 < 3$
- d) $5 > 2$ ou $5 > 7$
- e) $5 > 2$ ou $5 < 8$
- f) $5 < 4$ ou $5 > 7$
- g) $5 \geq 4$
- h) $5 \leq 5$

3) Colorier sur une droite graduée tous les nombres réels x possédant la propriété énoncée dans chacun des cas ci-dessous (faire huit figures distinctes).

- a) $x > 5$ et $x > 7$
- b) $x > 5$ ou $x > 7$
- c) $x > -2$ et $x < 5$
- d) $x > -2$ ou $x < 5$
- e) $x < 3$ et $x > 4$
- f) $x < 3$ ou $x > 4$

g) $x < 3$ et $x < -2$

h) $x < 3$ ou $x < -2$

4) a) Démontrer que $(x + 3)(x - 2) > 0$ équivaut à $[(x > -3$ et $x > 2)$ ou $(x < -2$ et $x < 2)]$

b) Colorier que une droite graduée tous les nombres réels x solutions de l'inéquation $(x + 3)(x - 2) > 0$

Construire la négation d'une phrase

Il faut savoir nier une phrase en mathématiques comme nous savons le faire pour les phrases du langage courant.

1) Ecrire la négation de chaque phrase suivante :

- Aujourd'hui, le soleil brille.

- Je n'irai pas au cinéma ce soir

- Les droites D et D' sont perpendiculaires

- $x = 12$

- $x \neq 1$

- $x \in \mathbb{N}$

- $x > 0$

- $x \leq -1$

- $x - 2 = 0$

- Les droites D et D' sont parallèles

- J'utilise ma voiture tous les jours

- Personne ne fait aussi bien que lui

2) a) Nous pouvons remarquer que : "Si P est vraie alors la négation de P est fausse" et que "Si P est fausse alors la négation de P est vraie". Compléter le tableau ci-dessous :

P	P vrai ou faux	Négation de P vrai ou faux	Négation de P
Tous les triangles sont rectangles			
Il existe un nombre réel tel que $x^2 < 0$			
Il existe des quadrilatères non inscrits dans un cercle			
Il existe des triangles qui ont un angle obtus			
Tous les nombres réels x vérifient $x^2 \geq 1$			
Pour tout nombre réel x , $x^2 \neq x$			

b) Quelle règle semble apparaître concernant :
 - la négation d'une phrase commençant par : "il existe ..."
 - la négation d'une phrase commençant par : "tous les ..."

c) Pour démontrer qu'une propriété P est fausse, on peut démontrer que la négation de P est vraie. Appliquer cette méthode pour démontrer que "pour tout réel x , $(x + 1)^{11} = x^{11} + 11x + 1$ " est une propriété fausse.

En procédant ainsi, on dit que l'on utilise un **contre exemple**.

Négation de phrases comportant "et" ou "ou"

1) a) On considère ci-dessous des ensembles de réels caractérisés respectivement par cinq propriétés P , chacune de ces propriétés s'exprimant à l'aide des conjonctions "et" ou "ou".

Compléter le tableau ci-dessous dans le but d'exprimer dans chaque cas la négation de la propriété P .

P	Représentation des nombres réels vérifiant P	Représentation des nombres réels vérifiant la négation de P	Négation de P
$x \geq 1$ et $x \leq 5$			
$x < 4$ et $x > 2$			
$x = 3$ ou $x = 2$			
$x \leq 0$ ou $x \geq 4$			
$x > 5$ ou $x < -3$			

b) Quelle est la règle qui apparaît concernant la négation de la phrase de la forme :
 - "p et q" ?
 - "p ou q" ?

2) Montrer que chacune des propriétés ci-dessous se traduit en langage mathématique par des phrases de la forme "p et q" ou "p ou q", x étant un nombre réel :

- $(x - 2)(x + 3) = 0$

- $x^2 - 1 = 0$

- $(x - 2)(x + 3) \neq 0$

- $x^2 - 1 > 0$