Devoir Seconde

Exercice 1

1) Calculer, en utilisant la calculatrice (préciser le modèle de calculatrice)

$A = 123\,456^2 - 123\,455 \times 123\,457$

$B = 456\,789^2 - 456\,785 \times 456\,793$

$C = 123\,456\,789^2 - 123\,456\,787 \times 123\,456\,791$

2) Donner les résultats exacts. Pour cela, dans chaque expression :

- appeler x le premier nombre élevé au carré
- exprimer les deux autres en fonction de x
- écrire plus simplement l'expression en fonction de x, en développant

3) Calculer $D = 123\,456\,789\,010^2 - 123\,456\,789\,009 \times 123\,456\,789\,011$

Exercice 2

On donne l'égalité $x^2 + 2 = 3x + 2$ dans laquelle x représente un nombre réel.

1) Vérifier que cette égalité est vraie pour $x = 0$, pour $x = 3$.

2) Cette égalité est-elle vraie ? fausse ?

3) Est-ce que cette égalité est vraie pour toutes les valeurs du nombre x ?

4) Que signifie une égalité vraie ?

Exercice 3

Vérifier que $2^2 + 2 = 3^2 - 3$; $7^2 + 7 = 8^2 - 8$; $19^2 + 19 = 20^2 - 20$

Ce résultat est-il vrai pour tout entier ? Justifier.

Exercice 4

I) 1) On considère le nombre $\frac{26}{7}$.

a) Justifier que $\frac{26}{7}$ est rationnel non décimal.

b) Effectuer la division de $\frac{26}{7}$ jusqu'à sept chiffres après la virgule. Que constate-t-on ? Justifier.

c) Expliquer pourquoi le développement décimal de $\frac{26}{7}$ est qualifié de *périodique*. Donner la période.

2) A l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi décimal à 10^{-10} près de :

$\frac{1}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{7}$; … ; $\frac{6}{7}$

En déduire, selon la valeur de a, la période du développement décimal du nombre rationnel $\frac{a}{7}$, avec a entier non multiple de 7.

II) On se propose de vérifier sur quelques exemples le théorème : *tout nombre admettant un développement décimal périodique est un rationnel.*

1) soit le nombre $x = 0{,}3737\overline{37}\ldots$ dont la période 37 a deux chiffres.

a) Justifier que $100 \times x = 37 + x$.

b) Résoudre cette équation et en déduire la valeur exacte de x en fraction.
Quelle est alors la nature de x ?

2) En procédant de la même façon, démontrer que $0{,}99999\overline{9}\ldots = 1$.

3) Déterminer l'écriture fractionnaire de $0{,}123123\overline{123}\ldots$ puis de $12{,}090\overline{909}\ldots$