

## A LA RECHERCHE DE $\pi$

Archimède ( 287 - 212 av. J.C. ) est un savant de l'antiquité né à Syracuse en Sicile. C'est dans un de ses traités " De la mesure du cercle " que nous trouvons les premières démonstrations relatives à la valeur de  $\pi$ . Le traité se compose de trois propositions dont la dernière donne un encadrement de  $\pi$ . Je vous invite à marcher sur les pas de cet illustre mathématicien, à la recherche de  $\pi$ .

Vous jouez le rôle d'Archimède, vous disposez de :

- On appelle  $\pi$  le rapport du périmètre  $p$  d'un cercle à son diamètre  $d$  ( $\pi = \frac{p}{d}$ ) et la valeur numérique de  $\pi$  vous est inconnue.
- Vous disposez des théorèmes de Pythagore et de Thalès, mais vous ignorez tout de ce qui concerne la trigonométrie dans le triangle rectangle.
- Vous savez calculer les racines carrées.

Tout se passe donc comme si vous disposiez d'une calculatrice dont les seules touches d'opérations seraient :



A) Soit  $(C)$  un cercle de centre  $O$  et de diamètre 1. Soit  $ABCD$  un carré inscrit dans  $(C)$  et  $A'B'C'D'$  un carré circonscrit à  $(C)$  ( Cf figure ).

- 1) Exprimez , en fonction de  $\pi$ , le périmètre de  $(C)$ .
  - 2) A l'aide de la figure, trouvez un encadrement numérique de  $\pi$ .
- B) On désigne par  $E, F, G$  et  $H$  les intersections respectives de  $(C)$  et de  $[OA']$ ,  $[OB']$ ,  $[OC']$  et  $[OD']$
- 1) Dessinez en rouge sur la figure de la feuille, un octogone régulier inscrit dans  $(C)$ .
  - 2) Construisez  $D_1, D_2, D_3$  et  $D_4$  les tangentes à  $(C)$  passant respectivement par  $E, F, G$  et  $H$ .  
Dessinez en vert sur la figure de la feuille, un octogone régulier circonscrit à  $(C)$ .
- 3) On note  $T$  l'intersection de  $(OA')$  et  $[AD]$ , et  $M$  celle de  $D_1$  et  $[A'B']$
- a) En utilisant l'égalité  $ET = OE - OT$ , calculez  $ET$  puis  $EA$ .  
En déduire le périmètre de l'octogone inscrit.
  - b) En utilisant l'égalité  $A'E = OA' - OE$ , calculez  $A'E$   
En déduire  $EM$  puis le périmètre de l'octogone circonscrit.
- 4) Déterminez un encadrement de  $\pi$  plus précis que le précédent..
- C) 1) Donnez un algorithme permettant d'obtenir des encadrements de  $\pi$  de plus en plus précis.  
2) Votre procédé permet-il de calculer  $\pi$  ?

