

## Montrer une égalité ou une inégalité : $A = B$ ou $A < B$ ou $A > B$ (2)

### 8) Utilisation des variations d'une fonction

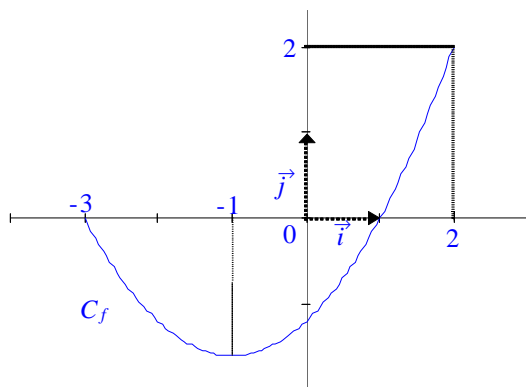
ex : Une fonction  $g$  a pour tableau de variation le tableau ci-contre :

$x$	-5	-1	2	4
$g(x)$				

Comparer  $g(-4,75)$  et  $g(-3)$

Comparer  $g(-0,8)$  et  $g(1,7)$

$u$  et  $v$  sont deux nombres de  $[2;4]$  tels que  $u \leq v$ , comparer  $g(u)$  et  $g(v)$



ex : Voici la représentation graphique d'une fonction  $f$  :

Comparer  $f(0,3)$  et  $f(0,8)$

Comparer  $f(-2)$  et  $f(-1)$

$u$  et  $v$  sont deux nombres de  $[1;2]$  tels que  $u < v$ , comparer  $f(u)$  et  $f(v)$

### 9) Le principe des tiroirs

Lorsqu'on range des objets dans des tiroirs et que l'on a plus d'objets que de tiroirs, alors il y a un tiroir qui contient au moins deux objets. Cette évidence qui saute aux yeux s'est vu décerner le titre pompeux de principe : principe des tiroirs ou principe de Dirichlet ( du nom du célèbre mathématicien allemand du XIX<sup>ème</sup> siècle ). D'apparence simpliste, cette proposition se révèle un outil puissant dans de nombreux domaines : arithmétique, dénombrement, vie sociale, ... Voici quelques exemples :

#### Les cheveux

Les spécialistes sont d'accord : un individu n'a jamais plus de 350 000 cheveux sur la tête. Montrer qu'il existe à Paris deux personnes ( au moins ) ayant exactement le même nombre de cheveux.

( Tiroirs : les nombres de 1 à 350 000 ; Objets : les habitants de Paris )

#### Cohabitation

Les "bêtes à mauvais caractère" sont des animaux qui ne peuvent cohabiter que sous une condition : être éloignés les uns des autres d'au moins huit mètres. Peut-on faire cohabiter 10 "bêtes à mauvais caractère" dans un enclos rectangulaire de 18 mètres de longueur et de 15 mètres de largeur ?

( Objets : "les 10 bêtes à mauvais caractère" ; reste à trouver 9 tiroirs )

#### Les nombres jumeaux

Expérience

Prendre au hasard 12 nombres entre 1 et 99. Vérifier que l'on peut trouver deux de ces nombres tels que leur différence ( "le plus grand diminué du plus petit" ) soit un nombre jumeau, c'est-à-dire un nombre à deux chiffres identiques ( comme 33, 77 ou 88 ... )

Explication

En appliquant le principe des tiroirs, montrer que parmi 12 nombres distincts, il en existe toujours deux qui ont le même reste dans la division par 11. Que dire de leur différence ?