

Manipuler des encadrements

1) Encadrer une somme et une différence

Soit les deux encadrements $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $3,141 < \pi < 3,142$

- Quelle est l'amplitude de chaque encadrement ?
- Déduire un encadrement de $\pi + \sqrt{2}$. Quelle est l'amplitude de cet encadrement ?
- Donner un encadrement correspondant de $-\sqrt{2}$. En déduire un encadrement de $\pi - \sqrt{2}$. Quelle est son amplitude ?
- Déduire de l'encadrement de la question c) une valeur approchée à 10^{-3} près du nombre $\pi - \sqrt{2}$.
- A l'aide de la calculatrice, contrôler les différents résultats obtenus.

2) Encadrer un produit

Soit les deux encadrements $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ et $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

- Quelle est l'amplitude de chaque encadrement ?
- Déduire un encadrement de $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$. Montrer que son amplitude est inférieure à 4×10^{-2} .
- Déduire de l'encadrement précédent un encadrement de $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ d'amplitude 10^{-1} .

3) Encadrer un quotient

Soit les deux encadrements $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$ et $2,82 < \sqrt{8} < 2,83$.

- En utilisant la propriété "si $0 < y < x$ alors $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ", déduire un encadrement de $\frac{1}{\sqrt{7}}$ d'amplitude 10^{-2} .

- Déduire un encadrement de $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ d'amplitude 10^{-1} en remplaçant ce quotient par le produit $\sqrt{8} \times \frac{1}{\sqrt{7}}$.

- A l'aide de la calculatrice, contrôler les différents résultats obtenus.

4) Application

Soit les deux encadrements $-4 \leq x \leq 6$ et $7 \leq y \leq 9$.

Les encadrements ci-dessous sont-ils vrais ou faux ?

- $3 \leq x + y \leq 15$
- $-11 \leq x - y \leq -3$
- $-28 \leq xy \leq 54$