

Contrôle 2^{de}

I) Donner la définition du radian.

II) On sait que: $\cos a = \frac{4\sqrt{3}}{13}$. Calculer la valeur exacte de $\sin a$ dans les 2 cas suivants :

$$1) a \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \quad 2) a \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$$

III) 1) Tracer sur la calculatrice la courbe représentant la fonction h définie sur \mathbb{R} par

$$h(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

2) Quelle période peut-on conjecturer pour h ? Démontrer cette conjecture.

3) Quelle symétrie peut-on conjecturer pour la courbe h ? Démontrer.

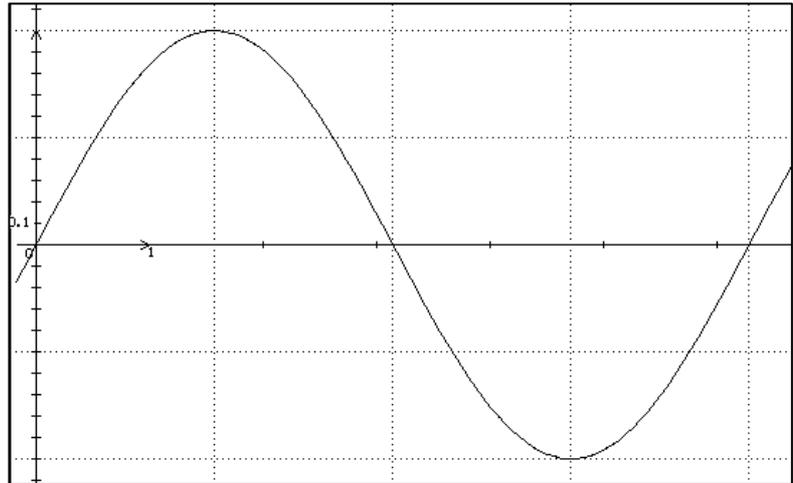
IV) Dans un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , à tout réel $x \in]-\pi ; \pi]$, on associe le point M du cercle trigonométrique (C) tel que: $(\vec{i}, \vec{OM}) = x$.

1) Marquer sur le cercle (C) l'ensemble des points M tels que: $\cos x \geq \frac{1}{2}$.

2) Par simple lecture graphique, en déduire les nombres $x \in]-\pi ; \pi]$, tels que : $\cos x \geq \frac{1}{2}$.

3) En utilisant le graphique, dire à quel intervalle appartient $\sin x$ lorsque $\cos x \geq \frac{1}{2}$.

V) Dans la fenêtre ci-contre, apparaît une partie de la courbe représentant graphiquement la fonction sinus.



1) Quelles sont les valeurs exactes des abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses ?

2) Quelles sont les valeurs exactes des abscisses des points de la courbe qui correspondent au maximum (1) et au minimum (-1) de la fonction sinus sur l'intervalle représenté ici ?

3) Expliquer comment vous faites pour lire sur le graphique les solutions des équations et inéquations suivantes sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ et donner ces solutions sur $[0, 2\pi]$.

$$a) \sin x = \frac{1}{2} \quad b) \sin x = -\frac{1}{2} \quad c) -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$$

V) On considère le parallélogramme $ABCD$ tel que l'angle $\widehat{BAD} = \theta$; $AB = 8$ et $AD = 5$.

1) Déterminer l'aire S de $ABCD$ en fonction de $\sin\theta$.

2) Etudier les variations de S en fonction de θ .

3) Déterminer la valeur de θ réalisant le maximum de l'aire.