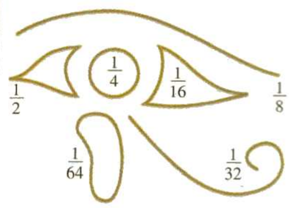
Différents types de nombres

Au collège, vous avez rencontré des nombres négatifs, des nombres décimaux (dont l'écriture décimale a un nombre fini de chiffres), des nombres rationnels (quotients de deux nombres entiers) et des nombres irrationnels (non rationnels). Le cheminement historique qui a conduit à ces nombres a été très lent :

Les nombres négatifs : connus en Chine au V^{e} siècle av. J.-C., il faut attendre le XVII^{e} siècle pour accepter les solutions négatives d'une équation (Albert Girard). En France, ce n'est qu'en 1886 qu'est publié le premier manuel d'enseignement sur les négatifs. Si $\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N} = \{0;1;2;3;4;\dots\}$, $\mathbb{Z}$ désigne l'ensemble des entiers relatifs qui est la réunion des entiers positifs et des entiers négatifs.

Les nombres décimaux : au XV^{e} siècle, al-Kashi élabore une écriture décimale des décimaux et au XVI^{e} siècle, Simon Stevin généralise leur utilisation. Ce n'est qu'en 1801 que le système métrique, et donc les décimaux, sont adoptés en France. $\mathbb{D}$ désigne l'ensemble de ces nombres.

Les nombres rationnels : 3000 ans av. J.-C., les Egyptiens utilisaient des fractions de numérateur 1 en général. Il faut attendre le IX^{e} siècle pour qu'al-Farabi généralise le concept de rationnel et le XVII^{e} siècle pour que le trait de fraction s'impose. $\mathbb{Q}$ désigne l'ensemble des nombres rationnels.



Les nombres irrationnels : au VI^{e} siècle av. J.-C., il semble que l'école pythagoricienne ait fini par s'apercevoir de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Mais ce n'est qu'au XIX^{e} siècle que Richard Dedekind et Georg Cantor construisent rigoureusement $\mathbb{R}$, ensemble des rationnels et irrationnels.

1) Résolutions d'équations

Résoudre chaque équation et, pour chaque solution, indiquer s'il s'agit d'un entier positif ou négatif, d'un décimal, d'un rationnel ou d'un irrationnel.

a) $x + 15 = 3$ b) $2x = 104$ c) $0{,}2x = 0{,}7$ d) $-70 - 5x = 45$ e) $x^2 = 3$

f) $7x + \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$ g) $\frac{3}{5} - 4x = 1$ h) $x^2 = -9$ i) $x\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{18}$ j) $x^2 = \frac{25}{49}$

2) Autour de $\mathbb{R}$

Parmi ces différentes écritures, regrouper celles qui désignent le même nombre.

a) $3{,}14$ b) $\frac{62\,832}{20\,000}$ c) π d) $\frac{22}{7}$

e) $3 + \frac{7}{50}$ f) $3 + \frac{1}{7}$ g) $3{,}\,141\,592\,654$ h) $\frac{1\,570\,796\,327}{500\,000\,000}$

3) Ensembles de nombres

a) Compléter en utilisant les symboles $\in$ ou $\notin$. :

$\frac{7}{12}$.....$\mathbb{N}$ -13.....$\mathbb{Z}$ $\sqrt{145}$.....$\mathbb{Q}$ $4-\sqrt{13}$.....$\mathbb{R}$ $-2{,}201$.....$\mathbb{D}$ $\sqrt{1{,}69}$.....$\mathbb{N}$

$\frac{7}{12}$.....$\mathbb{Q}$ -13.....$\mathbb{Q}$ $\sqrt{145}$.....$\mathbb{D}$ $4-\sqrt{13}$.....$\mathbb{Q}$ $-2{,}201$.....$\mathbb{R}$ $\sqrt{1{,}69}$.....$\mathbb{D}$

b) Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chaque nombre :

$7{,}141414 \in \dots.$ $\frac{7}{3} \in \dots$ $\sqrt{121} \in \dots$

$-\frac{225}{15} \in \dots$ $\sqrt{1\,000} \in \dots$ $1{,}34\overline{52}\dots \in$