Epreuve de mathématiques
Seconde

NOM: ……………
PRENOM: …………..
CLASSE : ………....

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage de la calculatrice est autorisé.
Ce sujet devra être rendu complété avec la copie.

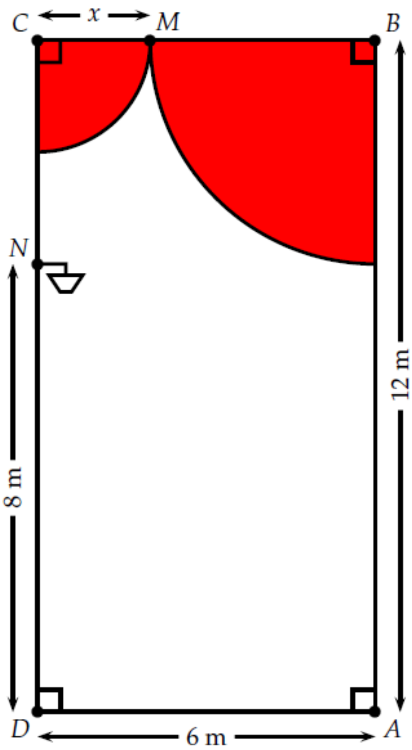
Exercice 1
On doit installer deux rideaux au-dessus d'une scène de théâtre.
Formés de deux quarts de disque, ces rideaux sont disposés comme ci-dessous. Le rideau de gauche qui a pour rayon x, doit rester au dessus du montant de la lampe situé à 8 mètres du plancher.

Partie A
1) Préciser les valeurs possibles de x et justifier.
2) a) Exprimer la valeur du rayon MB en fonction de x.
b) Exprimer, en fonction de x, l'aire $f(x)$ de la partie constituée par ces deux rideaux en supposant qu'elle soit parfaitement plane.

3) Vérifier que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle de définition de f, $f(x) = \frac{\pi}{2}\left[(x-3)^2+9\right]$.

4) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère donné en annexe.
Quel est le nom de la courbe obtenue ?

Les parties B et C sont indépendantes
Partie B
On donne l'algorithme suivant :




```
Entrées
        f est une fonction
        N est un entier naturel
Initialisation
        m prend la valeur f (0)
        x prend la valeur 0
        p prend la valeur 4 / N
Traitement
        Pour k allant de 1 à N  faire
                x prend la valeur x + p
                y prend la valeur f (x)
                Si  y < m  alors
                        m prend la valeur y
                FinSi
        FinPour
Sortie
        Afficher m
```

1) Faire fonctionner cet algorithme avec la fonction f définie au début de cet exercice et pour une valeur de N égale à 4.
2) Que fait cet algorithme ?
3) Que devrait trouver cet algorithme pour $N = 400$?
Utiliser le tableau de valeurs de votre calculatrice pour donner la valeur de m obtenue pour $N = 400$.

Partie C

1) En utilisant vos connaissance sur le type de fonction qu'est f, déterminer le minimum de la fonction f sur l'intervalle [0; 4].

2) a) Sachant que le prix du m² de tissu à rideau est de 17,5 € déterminer la dépense minimale à envisager.

b) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire totale des rideaux vaut $\frac{19\pi}{4}$ m².

Exercice 2

partie A

La capacité vitale est le volume d'air maximal pouvant être mobilisé en une seule inspiration. Sur un échantillon de 240 personnes, on a mesuré la capacité vitale en litres. On a consigné les résultats dans le tableau suivant à compléter :

Capacité vitale (en L.)	4,2	4,5	4,6	4,7	4,9	5,0	5,2	5,6	Total
Effectifs	43	7	20	51	69	12	18	20	
Fréquences à 0,01 près									
Fréquences cumulées croissantes									

Les réponses des parties B et C sont indépendantes

Partie B

1) Quel est le caractère étudié dans cette série statistique ?

2) Quel est le pourcentage d'individus de l'échantillon ayant une capacité vitale inférieure ou égale à 4,8 L.

3) Calculer la moyenne de cette série. *On utilisera la calculatrice sans explication et on arrondira au centilitre près.*

4) En détaillant les étapes, déterminer les quartiles de cette série.

5) Si l'on représentait cette série sous la forme d'un diagramme circulaire (inutile de le faire), quelle serait la mesure de l'angle associé à la valeur 4,5 L ?

Partie C

1) On décide de regrouper les valeurs de la série par classes. Compléter le nouveau tableau :

Capacité vitale (en L.)	[4 ; 4,6[	[4,6 ; 4,8[	[4,8 ; 5,1[	[5,1 ; 5,6]	Total
Effectifs					
Effectifs cumulés croissants					

2) Donner la classe modale de cette nouvelle série.

3) Déterminer la moyenne de cette nouvelle série. *On notera le calcul fait à la calculatrice*.

4) On admet que dans chaque classe, la répartition est uniforme.

a) Tracer alors le polygone des effectifs cumulés croissants.

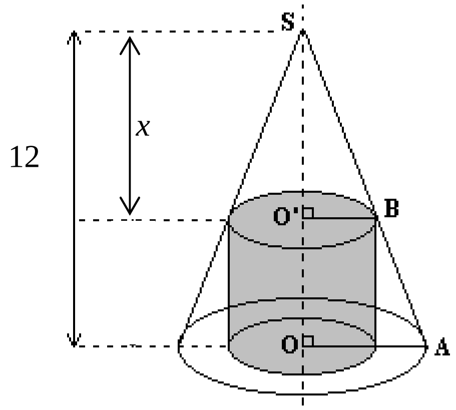
b) En déduire graphiquement une approximation des quartiles de cette nouvelle série. Vous laisserez sur le graphique les traits de construction.

Exercice 3

Dans cet exercice, les longueurs sont exprimées en cm, les aires en cm², et les volumes en cm^3.
Le cône représenté ci-dessous a pour rayon *OA* = 6 et pour hauteur *SO* = 12.
On coupe ce cône en *B* par un plan parallèle à la base comme indiqué sur la figure de telle manière que

SO' = *x*.

On construit alors le cylindre qui a le même axe que le cône et pour rayon [*O'B*].

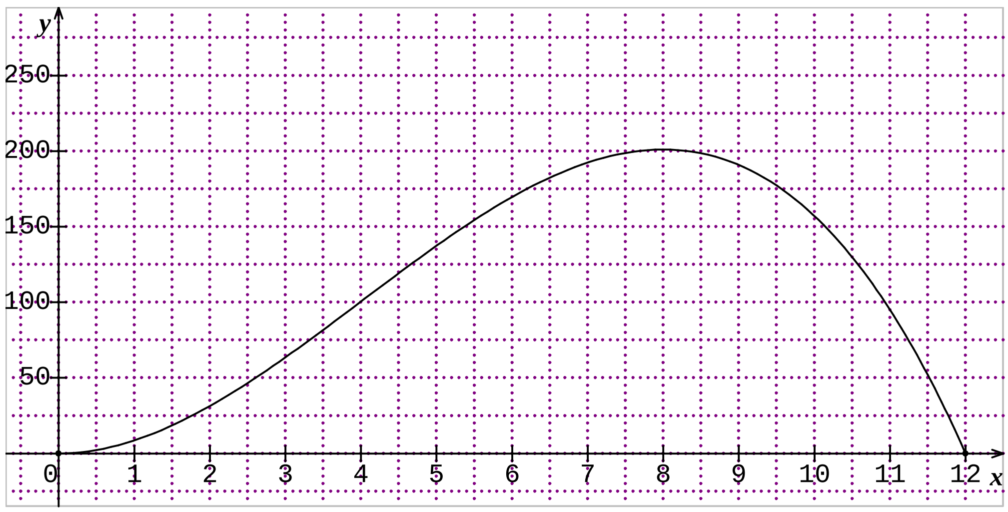


1) a) Dessiner en vraie grandeur le triangle *SOA*.
Faire figurer les points O' et B.
b) Montrer que *O'B* = 0,5 *x*.

2) Exprimer *OO'* en fonction de *x*. Démontrer que le volume *V*(*x*) du cylindre peut s'écrire

$$V(x) = \pi(3x^2 - 0,25x^3)\,.$$

On a ainsi défini une fonction *V* dont on donne ci-après la représentation graphique dans un repère du plan.



3) On peut lire sur ces graphiques deux valeurs entières de *x* pour lesquelles *V*(*x*) est environ égal à 100. Quelles sont ces 2 valeurs (laisser les traits de construction sur le graphique pour la lecture) ? Vérifier si ces deux entiers sont solutions ou non de l'équation *V*(*x*) = 100.

4) Sur ce graphique, on peut conjecturer qu'il existe une valeur entière de *x* pour laquelle le volume du cylindre est maximum.
a) Donner cette valeur.
b) Vérifier que $V(x) - V(8) = -0,25\pi(x-8)^2(x+4)$.
c) En déduire que, pour tout *x* positif, $V(x) \leqslant V(8)$.
d) Que peut-on en déduire par rapport à la question a).

Exercice 4

Pour chacune de ces questions, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) en reportant sur votre copie la (ou les) réponse(s) entre *a*, *b* et *c*. Il n'est pas demandé de justification.

1) On choisit un jeton au hasard dans l'urne contenant : B_1 B_2 V_1 V_2 V_3 R_1 R_2 R_3 R_4
où chaque jeton possède une couleur et un numéro.
On peut attacher à cette expérience la distribution de probabilité :

a

Eventualités	B	V	R
Probabilités	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

b

Eventualités	B	V	R
Probabilités	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$

C

Eventualités	*1*	*2*	*3*	*4*
Probabilités	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

2) On lance deux pièces équilibrées et on observe les faces apparues. Une modélisation relevant de l'équiprobabilité est (où P désigne l'obtention de "*Pile*" et F celle de "*Face*"):

a

Eventualités	$0P$	$1P$	$2P$
Probabilités	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

b

Eventualités	$0P$	$1P$	$2P$
Probabilités	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

c

Eventualités	PP	PF	FP	FF
Probabilités	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

3) On choisit au hasard un nombre entier de 1 à 20. Soit les événements A : "choisir un multiple de 2" et B : "choisir un multiple de 5". Alors

a	b	c
$A \cup B$ est égal à $\{2;4;5;6;8;12;14;15;16;18\}$	$A \cap B = \{10;20\}$	A et B sont incompatibles

4) A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,8$.

a	b	c
$P(A \cap B) = 0,4$	Si $P(A \cap B) = 0,3$ alors $P(A \cup B) = 0,9$	Si $P(A \cup B) = 1$ alors $P(A \cap B) = 0$

5) On choisit un élève au hasard parmi les élèves suivants :

	Anglais	Espagnol
Fille	8	8
Garçon	12	8

a	b	c
La probabilité que l'élève choisi étudie l'espagnol est 16.	La probabilité que l'élève choisi étudie l'anglais est $\frac{5}{9}$	La probabilité que l'élève choisi soit une fille et étudie l'anglais est $\frac{2}{3}$

6) On a produit des échantillons de taille variable de tirages dans urne contenant des billes rouges et vertes et on donne ci-dessous le tableau des fréquences obtenues :.

Taille	R	V
50	0,48	0,52
100	0,48	0,52
1 000	0,398	0,602

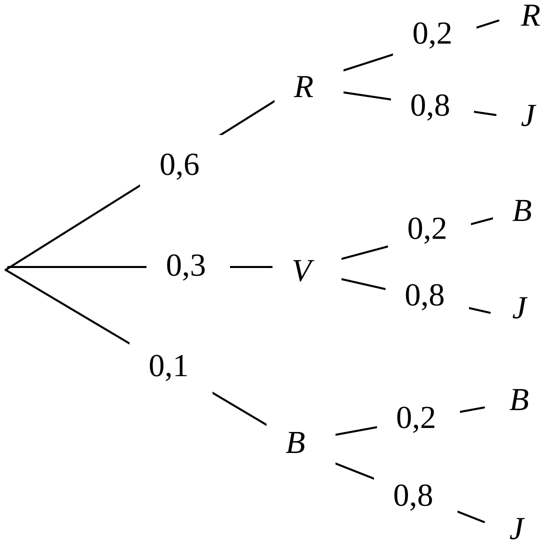
<table>
<tr>
<td>a

La loi de probabilité correspondant au choix au hasard d'une bille est proche de
<table><tr><td>R</td><td>V</td></tr><tr><td>0,48</td><td>0,52</td></tr></table>
</td>
<td>b

La loi de probabilité correspondant au choix au hasard d'une bille est proche de
<table><tr><td>R</td><td>V</td></tr><tr><td>0,4</td><td>0,6</td></tr></table>
</td>
<td>c

On ne peut rien dire.</td>
</tr>
</table>

7)



<table>
<tr>
<td>a

Pour l'expérience aléatoire représentée par l'arbre pondéré, la probabilité de (V;B) est 0,06</td>
<td>b

Pour l'expérience aléatoire représentée par l'arbre pondéré, la probabilité de (V;B) est 0,5</td>
<td>c

Pour l'expérience aléatoire représentée par l'arbre pondéré, la probabilité de (V;B) est $\frac{2}{3}$</td>
</tr>
</table>

NOM : ……………..

PRENOM : ………..

CLASSE : …………

ANNEXE DE L'EXERCICE 1