

La fourmi paresseuse

Une fourmi alléchée par l'odeur du sucre mais paresseuse se demande quel est le plus court chemin pour atteindre l'objet de sa convoitise.

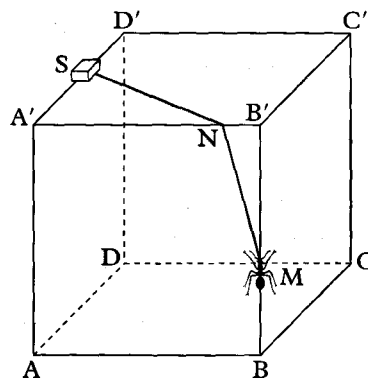
Ce cube a pour côté 3 cm. Le sucre se trouve en S milieu de $[AD]$ et la fourmi sur $[BB']$ en M tel que $BM = \frac{1}{3} BB'$.

Sur chacune des faces du cube, la fourmi se déplace en ligne droite et il s'agit donc de trouver en quel point N elle doit couper l'arête $[A'B']$ pour que la longueur du trajet $MN + NS$ soit la plus petite possible.

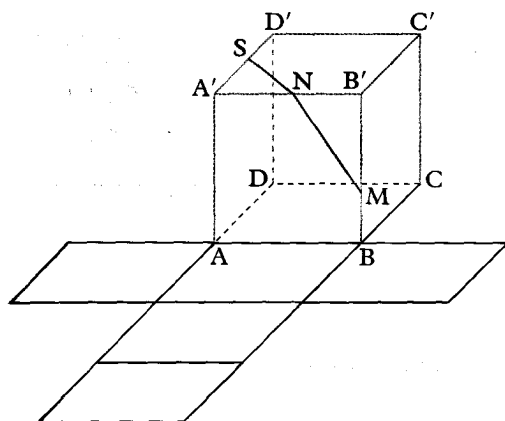
Partie A Une solution approchée

On note $x = B'N$.

- 1) Justifier que x appartient à $[0;3]$.
- 2) Quelle est la nature du triangle $MB'N$? Exprimer la longueur MN en fonction de x .
- 3) Exprimer la longueur $A'N$ en fonction de x .
Quelle est la nature du triangle $NA'S$?
Exprimer la longueur NS en fonction de x .
- 4) En déduire la longueur totale $L(x)$ du trajet en fonction de x .
- 5) Entrer la fonction sur la calculatrice et tracer sa courbe représentative.
- 6) À l'aide de la touche Trace, déterminer une valeur approchée de la longueur minimale du trajet et de la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.
En quel point la fourmi doit-elle traverser l'arête $[A'B']$?



Partie B Une solution géométrique



On ouvre le cube (figure ci-contre).

- 1) Représenter le patron en vraie grandeur sur une feuille.
- 2) Placer sur le patron les points A, B, C, D et B, A, D', M et S .
- 3) Quel est le plus court chemin de M à S ? Le tracer et en déduire la position de N sur $[A'B']$.
- 4) Déterminer par le calcul la longueur $x = B'N$ correspondante.
- 5) Comparer avec le résultat trouvé à la partie A.