

## La fourmi paresseuse

Une fourmi alléchée par l'odeur du sucre mais paresseuse se demande quel est le plus court chemin pour atteindre l'objet de sa convoitise.

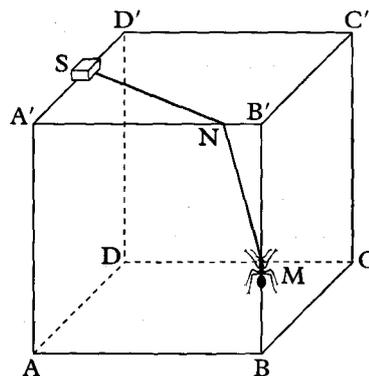
Ce cube a pour côté 3 cm. Le sucre se trouve en  $S$  milieu de  $[AD]$  et la fourmi sur  $[BB']$  en  $M$  tel que  $BM = \frac{1}{3} BB'$ .

Sur chacune des faces du cube, la fourmi se déplace en ligne droite et il s'agit donc de trouver en quel point  $N$  elle doit couper l'arête  $[A'B']$  pour que la longueur du trajet  $MN + NS$  soit la plus petite possible.

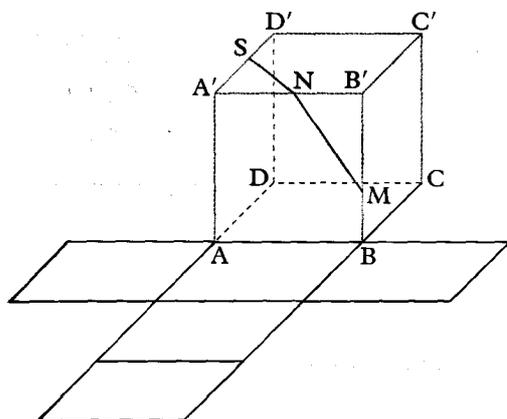
### Partie A Une solution approchée

On note  $x = B'N$ .

- 1) Justifier que  $x$  appartient à  $[0;3]$ .
- 2) Quelle est la nature du triangle  $MB'N$  ? Exprimer la longueur  $MN$  en fonction de  $x$ .
- 3) Exprimer la longueur  $A'N$  en fonction de  $x$ .  
Quelle est la nature du triangle  $NA'S$  ?  
Exprimer la longueur  $NS$  en fonction de  $x$ .
- 4) En déduire la longueur totale  $L(x)$  du trajet en fonction de  $x$ .
- 5) Entrer la fonction sur la calculatrice et tracer sa courbe représentative.
- 6) À l'aide de la touche Trace, déterminer une valeur approchée de la longueur minimale du trajet et de la valeur de  $x$  pour laquelle elle est atteinte.  
En quel point la fourmi doit-elle traverser l'arête  $[A'B']$  ?



### Partie B Une solution géométrique



On ouvre le cube (figure ci-contre).

- 1) Représenter le patron en vraie grandeur sur une feuille.
- 2) Placer sur le patron les points  $A, B, C, D$  et  $B, A, D', M$  et  $S$ .
- 3) Quel est le plus court chemin de  $M$  à  $S$  ? Le tracer et en déduire la position de  $N$  sur  $[A'B']$ .
- 4) Déterminer par le calcul la longueur  $x = B'N$  correspondante.
- 5) Comparer avec le résultat trouvé à la partie A.