

RESOLUTION D'EQUATIONS

Fiche professeur

Niveau : 4^{ème}

Connaissances préalables :

Mettre un problème en équation.
Créer un tableau, saisir une formule simple.
Savoir faire un graphique à partir d'un tableau.
Imprimer un tableau, un graphique.

Objectifs : Analyser un tableau de valeurs et sa représentation graphique pour trouver, *par essais successifs*, la solution décimale ou rationnelle d'une équation du type : $ax+b = cx+d$ où a, b, c, d sont des nombres décimaux relatifs.

Conditions d'utilisation :

Utilisation collective : PC + téléviseur grand écran.
Logiciel : WORKS 3 ou plus, ou EXCEL sous Windows.

Organisation de la séance :

- Choix des équations :

Les solutions ne sont pas apparentes.
(solution décimale $x = 0,625$; solution rationnelle $x = 8/3$)
Un décimal négatif n'est pas à exclure.

- Préparation informatique :

Le tableau permettant de calculer chaque membre de l'équation en fonction de x et du pas, doit être prêt avant le cours.

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-----------|----|---|----------|---------|---------|
| 1 | | | | x | 4x+3 | 2x+8 |
| 2 | | | | =B\$5 | =4*D2+3 | =2*D2+8 |
| 3 | | | | =D2+B\$9 | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | x initial | -5 | | | | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | pas | 10 | | | | |
| 10 | | | | | | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | | | | | |

Remarques :

Pour obtenir **B\$5** on sélectionne la cellule B5 et on appuie sur la touche **F4** pour passer en référence absolue ou on utilise la touche **\$**.
Prévoir les largeurs de colonnes et les hauteurs de lignes pour obtenir tous les résultats à l'écran.

Déroulement de la séance :

Une fiche est distribuée aux élèves sur laquelle figurent 3 énoncés de problèmes.

Pour chacun d'eux, après avoir établi collectivement l'équation permettant de résoudre le problème, la feuille de calcul est utilisée pour trouver, par essais successifs, ce qui paraît être la solution du problème.

Les élèves notent sur la fiche qui leur a été distribuée :
- l'équation associée à chaque problème,
- la solution trouvée avec l'ordinateur.
- La résolution de l'équation

Problème 1

Alice multiplie un nombre par 4 puis ajoute 3 au résultat obtenu.
Bertrand multiplie le même nombre par 2, puis ajoute 8 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils ont exactement le même résultat.
De quel nombre s'agit-il ?

Recherche collective pour trouver l'équation $4x + 3 = 2x + 8$

1) Le professeur propose de faire des essais avec quelques valeurs simples.

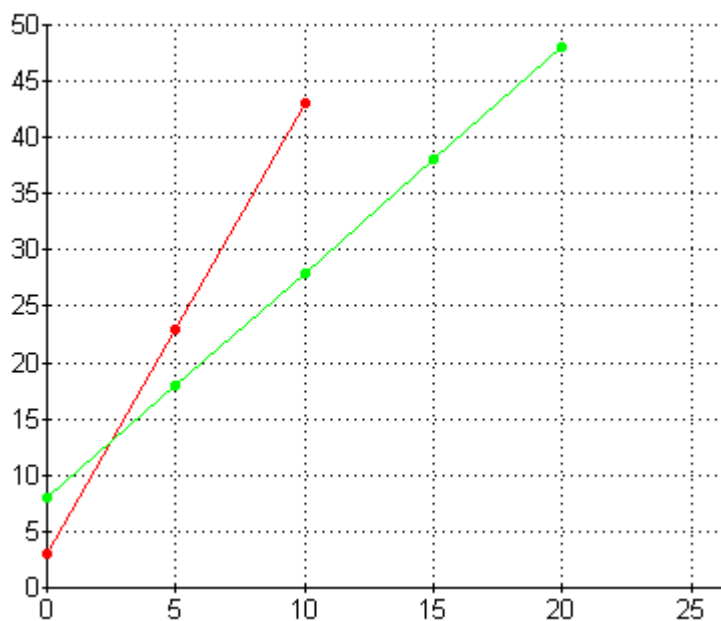
| x | $4x + 3$ | $2x + 8$ |
|-----|----------|----------|
| -2 | -5 | 4 |
| 0 | 3 | 8 |
| 1 | .. | .. |
| 7 | .. | .. |

2) Le professeur propose alors d'utiliser l'ordinateur et la feuille de calcul préparée :

- pour calculer le 1^{er} membre et le 2^{ème} membre de l'équation
- en choisissant la valeur initiale de x (-5)
- ainsi que le pas (5)

| | | x | $4x+3$ | $2x+8$ |
|-------------|----|-----|--------|--------|
| | | -5 | -17 | -2 |
| | | 0 | 3 | 8 |
| | | 5 | 23 | 18 |
| x initial | -5 | 10 | 43 | 28 |
| | | 15 | 63 | 38 |
| | | 20 | 83 | 48 |
| | | 25 | 103 | 58 |
| pas | 5 | 30 | 123 | 68 |
| | | 35 | 143 | 78 |
| | | 40 | 163 | 88 |
| | | 45 | 183 | 98 |

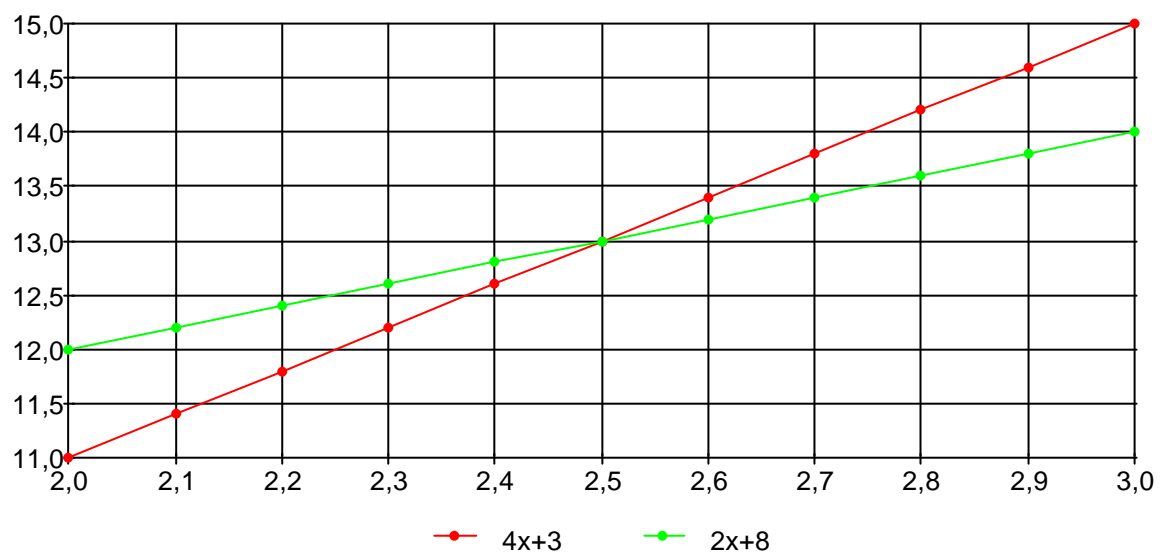
Pas de solution apparente, mais les élèves remarquent le "rapprochement" des valeurs des deux membres (23 et 18) et constatent sur la représentation graphique que les deux courbes se coupent pour une valeur de x comprise entre 0 et 5.



On choisit de changer la valeur initiale de x et le pas en prenant **0** pour valeur initiale avec un pas de **1** puis **2** pour valeur initiale avec un pas de **0,1** par exemple.

3) On étudie alors la représentation graphique et une solution est trouvée pour $x = 2,5$

| x | $4x+3$ | $2x+8$ |
|-----|--------|--------|
| 2 | 11 | 12 |
| 2,1 | 11,4 | 12,2 |
| 2,2 | 11,8 | 12,4 |
| 2,3 | 12,2 | 12,6 |
| 2,4 | 12,6 | 12,8 |
| 2,5 | 13 | 13 |
| 2,6 | 13,4 | 13,2 |
| 2,7 | 13,8 | 13,4 |
| 2,8 | 14,2 | 13,6 |
| 2,9 | 14,6 | 13,8 |
| 3 | 15 | 14 |



On repère la solution trouvée en lisant *l'abscisse du point d'intersection*.

Problème 2

*Amélie multiplie un nombre par 2,1, puis retranche 0,4 au résultat obtenu.
Bruno multiplie le même nombre par 1,3, puis ajoute 0,1 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils ont exactement le même résultat.
De quel nombre s'agit-il ?*

Recherche collective pour trouver l'équation $2,1x - 0,4 = 1,3x + 0,1$

1) On utilise la feuille de calcul :

On saisit en **E2**, la formule de calcul $= 2,1*D2 - 0,4$

en **F2**, $= 1,3*D2 + 0,1$

2) Les élèves proposent des valeurs : - pour la valeur initiale de x
- pour le pas

On fait apparaître le **graphique** pour trouver une valeur approchée de la solution.

et ainsi affiner les valeurs de x et du pas.

Une solution est trouvée pour $x = 0,625$

Problème 3

Résoudre l'équation

$$2x + 6 = 5x - 2$$

1) On reprend la feuille de calcul

Après plusieurs changements de la valeur de x , du pas, et affichage du graphique, on obtient le tableau suivant :

| | x | $2x+6$ | $5x-2$ |
|-------------|--------|---------|---------|
| | 2,6666 | 11,3332 | 11,333 |
| | 2,6667 | 11,3334 | 11,3335 |
| | 2,6668 | 11,3336 | 11,334 |
| x initial | 2,6666 | 2,6669 | 11,3338 |
| | 2,667 | 11,334 | 11,335 |
| | 2,6671 | 11,3342 | 11,3355 |
| | 2,6672 | 11,3344 | 11,336 |
| pas | 0,0001 | 2,6673 | 11,3346 |
| | 2,6674 | 11,3348 | 11,337 |
| | 2,6675 | 11,335 | 11,3375 |
| | 2,6676 | 11,3352 | 11,338 |

2) Les élèves remarquent que : - *le chiffre 6 se répète*
- *la solution est proche de 2,6667*

Que rappelle cette écriture ?

Réponse attendue : - *résultat d'une division*
- *quotient, écriture fractionnaire*

Le professeur propose alors d'écrire ce nombre au format "FRACTION".

L'ordinateur affiche :

$2 \frac{2}{3}$

soit $x = \frac{8}{3}$