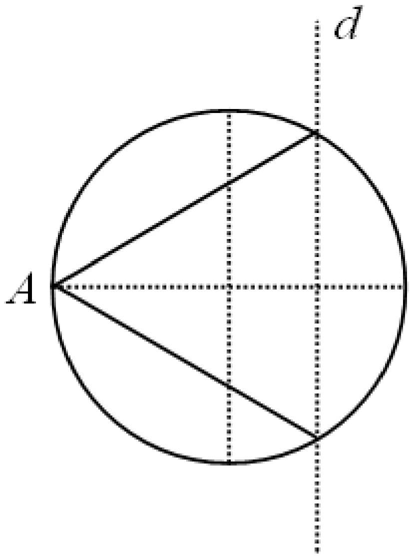
La théorie des probabilités est née au XVII^{e} siècle, et les historiens s'accordent à dater son acte de naissance de 1654, à partir d'un célèbre échange épistolaire entre Blaise Pascal et Pierre de Fermat, autour de deux problèmes posés par le Chevalier de Méré.
Jusqu'à la fin du XIX^{e} siècle, les mathématiciens avaient l'espoir que chaque « événement » résultant d'une expérience aléatoire ait une probabilité objective calculable. Cette croyance a volé en éclat après la publication en 1889 par Joseph Bertrand d'un célèbre paradoxe qui a jeté un grand trouble dans les esprits, et a ainsi rendu nécessaire une axiomatisation rigoureuse des probabilités. Ce paradoxe est exposé ci-après.

Le paradoxe de Bertrand

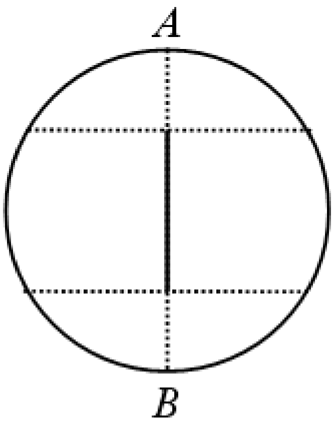
On choisit une corde au hasard sur un cercle. Quelle est la probabilité p qu'elle soit plus longue que le côté du triangle équilatéral inscrit dans le cercle (de centre O, de rayon r) ?



Première modélisation :

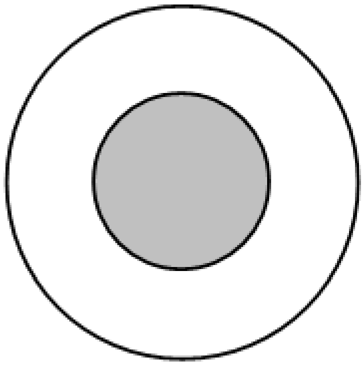
Une extrémité A de la corde est fixée, l'autre extrémité M est choisie au hasard sur la circonférence.
La corde répond à la question lorsque M est sur l'arc du cercle situé à droite de la droite d.

La longueur de cet arc est le tiers de la circonférence, donc $p = \frac{1}{3}$.



Deuxième modélisation :

Le milieu I de la corde est choisi au hasard sur un diamètre $[AB]$. La corde répond à la question lorsque I est choisi sur un segment dont les extrémités sont situées au quart et aux trois quarts de $[AB]$; la longueur de ce segment est la moitié du diamètre, donc $p = \frac{1}{2}$.



Troisième modélisation :

Le milieu I de la corde est choisi au hasard dans le disque. La longueur de la corde dépasse celle du côté d'un triangle équilatéral inscrit lorsque I est situé à l'intérieur du disque concentrique de rayon moitié (grisé sur la figure). L'aire de ce disque est égale au quart de celle du disque de départ, donc $p = \frac{1}{4}$.

Cette « histoire » admet une morale immédiate : le fait de choisir au hasard n'induit aucune modélisation mathématique privilégiée, ce qui montre les limites de l'intuition. Elle permet de mettre en évidence le fait qu'une expérience aléatoire ne permet pas à elle seule de définir un événement, mais qu'il faut préciser le protocole expérimental, ce qui constitue déjà un premier pas vers une modélisation.