Utilisations du barycentre

Utilisation de l'associativité du barycentre pour définir une intersection

I) Soit le triangle ABC

a) Placer les points I barycentre de $(A;1)$ $(B;2)$, J et K respectivement barycentres de $(B;4)$ $(C;3)$ et de $(A;2)$ $(C;3)$.

b) Démontrer que les droites (CI), (AJ) et (BK) sont concourantes.
(Vous pourrez tout d'abord considérer G barycentre de $(A;2)$ $(B;4)$ $(C;3)$)

II) Soit ABC un triangle. A', B', C' et K sont les points définis par :

A' est le milieu de $[BC]$ $\quad \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{BC'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$

K est le barycentre du système de points pondérés $(A;1)$ $(B;3)$ $(C;3)$

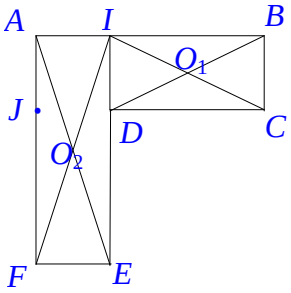
Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en K.

Centre d'inertie d'une plaque homogène

Rappelons quelques propriétés vues en physique :

- Le centre d'inertie d'une plaque homogène est son centre de gravité pour une plaque triangulaire, son centre de symétrie pour un disque ou un rectangle.
- Le centre d'inertie G d'un solide formé de deux solides de centres d'inertie G_1 et G_2 et de masses respectives m_1 et m_2 est le barycentre de $(G_1;m_1)$ $(G_2;m_2)$.
- Pour des plaques homogènes d'épaisseur constante, les masses m_1 et m_2 sont proportionnelles aux aires a_1 et a_2. G est donc barycentre de $(G_1;a_1)$ $(G_2;a_2)$.

III) On veut déterminer le centre d'inertie de la plaque homogène $ABCDEF$ qui vérifie :
$AB = AF = 3AI = 3AJ$



<u>Première méthode</u>

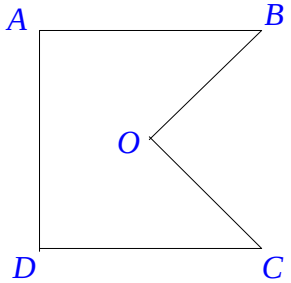
Montrer que G est situé sur la droite qui joint le centre d'inertie O_1 de $IBCD$ et le centre d'inertie O_2 de $AIEF$.

Décomposer la plaque d'une autre façon et tracer géométriquement G.

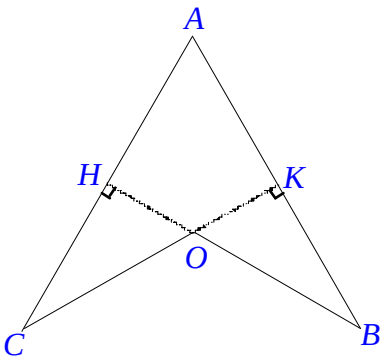
<u>Deuxième méthode</u>

Justifier que G est le barycentre de $(O_1;2)$ $(O_2;3)$. En déduire les coordonnées de G dans le repère $(A;\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AJ})$. Placer G.

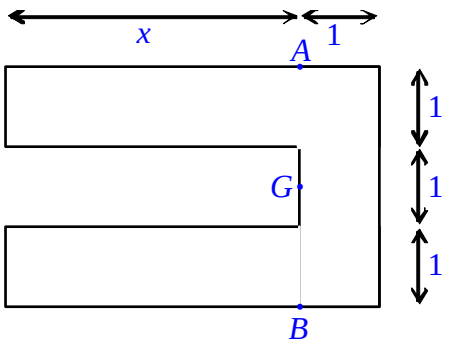
IV) Les plaques suivantes sont homogènes et d'épaisseur constante.
Définir avec précision le centre d'inertie des plaques (On pourra donner les coordonnées de G dans un repère ou le vecteur $\overrightarrow{OG}$ ou la construction de G).



$ABCD$ est un carré de centre O (on pourra décomposer la plaque en trois triangles isométriques).



ABC est un triangle équilatéral



Trouver x pour que le centre d'inertie de la plaque soit G le milieu de $[AB]$.