

Modélisation probabiliste et fluctuation d'échantillonnages à l'aide d'Algobox

1 Protocole de l'expérience

On lance successivement deux dés supposés parfaitement équilibrés.
On effectue la somme des résultats affichés par ces deux dés et on s'intéresse à l'événement

« la somme des deux dés est égale à 5 ou à 6 »

On suppose :

- Les dés sont parfaitement équilibrés ;
- les lancers sont supposés indépendants

La modélisation conduit à poser $\frac{1}{4}$ pour la probabilité de cet événement.

Il reste à voir si cette modélisation est corroborée par les résultats de diverses simulations.

2 Simulation

2.1 Simulation de l'expérience

Un algorithme Algobox simulant cette expérience est par exemple :

```
1  VARIABLES
2  d EST_DU_TYPE NOMBRE
3  DEBUT_ALGORITHME
4  d PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)+floor(6*random()+1)
5  AFFICHER "La somme des deux dés est "
6  AFFICHER d
7  FIN_ALGORITHME
```

L'algorithme en question est baptisé **aleadeuxdes0.alg**

2.2 On simule un échantillon de 100 expériences

Le modèle probabiliste suppose les expériences 2 à 2 indépendantes.

Si X est la variable aléatoire donnant le nombre de fois que la somme est égale à 5 ou 6 au cours des 100 expériences, on a $E(X) = 25$.

Confrontons cette valeur à l'expérience.

Un algorithme Algobox simulant un tel échantillon est par exemple :

```
1  VARIABLES
2  k EST_DU_TYPE NOMBRE
3  f EST_DU_TYPE NOMBRE
4  somme EST_DU_TYPE NOMBRE
5  d EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  d PREND_LA_VALEUR 0
8  POUR k ALLANT_DE 1 A 100
9  DEBUT_POUR
10 d PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)+floor(6*random()+1)
11 SI (d==5 OU d==6) ALORS
12 DEBUT_SI
13 somme PREND_LA_VALEUR somme+1
14 FIN_SI
15 FIN_POUR
16 AFFICHER "La somme est 5 ou le 6 dans "
17 AFFICHER somme
18 AFFICHER "% des lancers"
19 FIN_ALGORITHME
```

L'algorithme en question est baptisé **aleadeuxdes1.alg**

En testant plusieurs fois l'algorithme, on constate que le nombre de fois que la somme est égale à 5 ou 6 fluctue de façon importante.

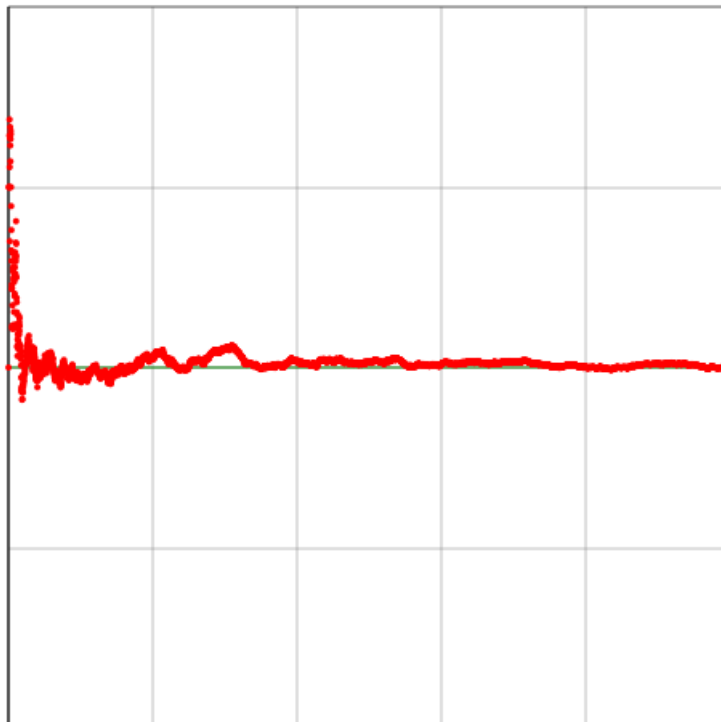
2.3 Simulation de 5000 échantillons

On effectue 5000 échantillons comme précédemment et on s'intéresse à l'évolution du nombre moyen de sommes égales à 5 ou 6 au fur et à mesure de la simulation des 5000 échantillons.

Un algorithme Algobox simulant une telle simulation est par exemple :

```
1  VARIABLES
2  k EST_DU_TYPE NOMBRE
3  f EST_DU_TYPE NOMBRE
4  somme EST_DU_TYPE NOMBRE
5  d EST_DU_TYPE NOMBRE
6  r EST_DU_TYPE NOMBRE
7  freq EST_DU_TYPE NOMBRE
8  Sommetot EST_DU_TYPE NOMBRE
9  DEBUT_ALGORITHME
10 d PREND_LA_VALEUR 0
11 somme PREND_LA_VALEUR 0
12 freq PREND_LA_VALEUR 0
13 Sommetot PREND_LA_VALEUR 0
14 TRACER_SEGMENT (0,25)->(5000,25)
15 POUR r ALLANT_DE 1 A 5000
16   DEBUT_POUR
17     POUR k ALLANT_DE 1 A 100
18       DEBUT_POUR
19         d PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)+floor(6*random()+1)
20         SI (d==5 OU d==6) ALORS
21           DEBUT_SI
22             somme PREND_LA_VALEUR somme+1
23           FIN_SI
24         FIN_POUR
25       Sommetot PREND_LA_VALEUR Sommetot+somme
26       somme PREND_LA_VALEUR 0
27       freq PREND_LA_VALEUR Sommetot/r
28       TRACER_POINT (r,freq)
29     FIN_POUR
30   AFFICHER freq
31 FIN_ALGORITHME
```

L'algorithme en question est baptisé **aleadeuxdes2.alg**
voici une capture d'écran du résultat



La ligne verte correspond à 25.

Le résultat de cet algorithme semble confirmer la pertinence du modèle probabiliste adopté.

3 Fluctuation

Lors des 5000 simulations, le nombre de fois que la somme est égale à 5 ou 6 à l'issue des échantillons successifs fluctue. Essayons de quantifier cette fluctuation.

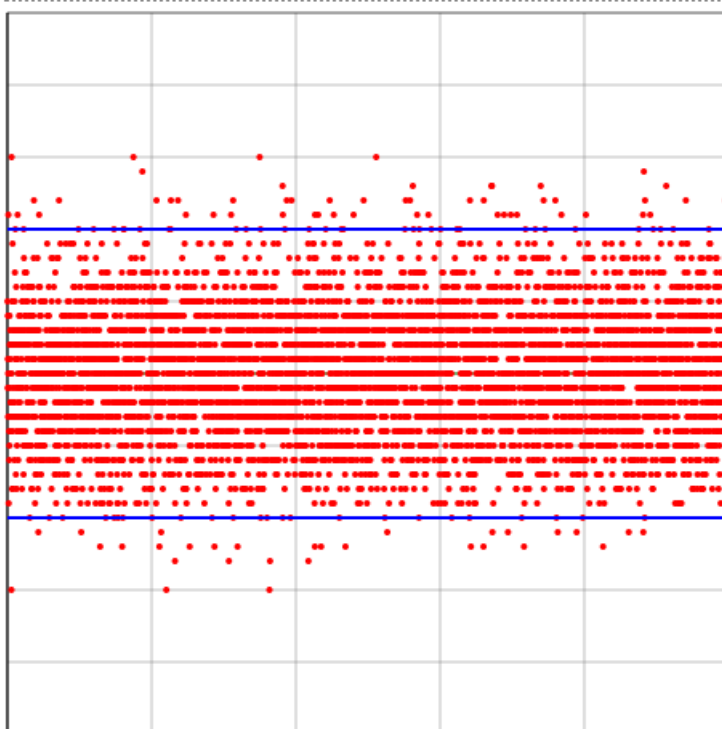
3.1 Visualisation de la fluctuation

Un algorithme Algobox permettant de visualiser cette fluctuation est :

```
1  VARIABLES
2  k EST_DU_TYPE NOMBRE
3  f EST_DU_TYPE NOMBRE
4  somme EST_DU_TYPE NOMBRE
5  d EST_DU_TYPE NOMBRE
6  r EST_DU_TYPE NOMBRE
7  freq EST_DU_TYPE NOMBRE
8  DEBUT_ALGORITHME
9  somme PREND_LA_VALEUR 0
10 freq PREND_LA_VALEUR 0
11 TRACER_SEGMENT (0,25)->(5000,25)
12 POUR r ALLANT_DE 1 A 5000
13   DEBUT_POUR
14   POUR k ALLANT_DE 1 A 100
15   DEBUT_POUR
16   d PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)+floor(6*random()+1)
17   SI (d==5 OU d==6) ALORS
18   DEBUT_SI
19   somme PREND_LA_VALEUR somme+1
20   FIN_SI
21   FIN_POUR
22   freq PREND_LA_VALEUR somme
23   TRACER_POINT (r,freq)
24   somme PREND_LA_VALEUR 0
25   TRACER_SEGMENT (0,35)->(5000,35)
26   TRACER_SEGMENT (0,15)->(5000,15)
27   FIN_POUR
28 FIN_ALGORITHME
```

L'algorithme en question est baptisé **aleadeuxdes3.alg**

Voici une capture d'écran du résultat



La ligne supérieure correspond à 35, la ligne inférieure à 15.
On constate que la plupart des valeurs se situent entre 15 et 35.

Une question se pose alors : Quel est environ le pourcentage de valeurs se situant en dehors de l'intervalle [15;35]?

3.2 Quantification

Voici un algorithme Algobox donnant le pourcentage de valeurs de X se situant en dehors de l'intervalle [15;35]

```
1  VARIABLES
2  k EST_DU_TYPE NOMBRE
3  f EST_DU_TYPE NOMBRE
4  somme EST_DU_TYPE NOMBRE
5  d EST_DU_TYPE NOMBRE
6  r EST_DU_TYPE NOMBRE
7  ext EST_DU_TYPE NOMBRE
8  DEBUT_ALGORITHME
9  d PREND_LA_VALEUR 0
10 somme PREND_LA_VALEUR 0
11 ext PREND_LA_VALEUR 0
12 POUR r ALLANT_DE 1 A 5000
13   DEBUT_POUR
14   POUR k ALLANT_DE 1 A 100
15    DEBUT_POUR
16    d PREND_LA_VALEUR floor(6*random()+1)+floor(6*random()+1)
17    SI (d==5 OU d==6) ALORS
18     DEBUT_SI
19     somme PREND_LA_VALEUR somme+1
20     FIN_SI
21   FIN_POUR
22   SI (somme<15 OU somme>35) ALORS
23    DEBUT_SI
24    ext PREND_LA_VALEUR ext+1
25    FIN_SI
26   somme PREND_LA_VALEUR 0
27   FIN_POUR
28   ext PREND_LA_VALEUR ext/50
29 AFFICHER ext
30 FIN_ALGORITHME
```

L'algorithme en question est baptisé **alea deux des 4.alg**

En relançant plusieurs fois cet algorithme, on constate que ce pourcentage reste très inférieur à la valeur théorique de 5%