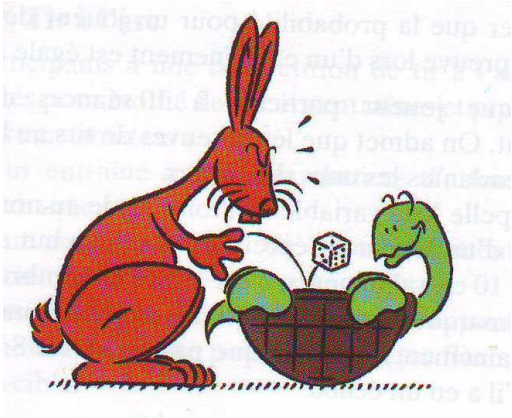


Le lièvre et la tortue

d'après Math'x, TS, Didier, 2002.

Rapide le lièvre et Dosman la tortue lancent un dé.

Si celui-ci tombe sur 6, le lièvre gagne. S'il tombe sur autre nombre, la tortue avance d'une case.



Pour que la tortue gagne, elle doit avancer de n cases (n entier naturel non nul).

Les lancers se poursuivent jusqu'à ce que l'un des deux joueurs soit gagnant.

On note $P_n(L)$ (respectivement $P_n(T)$) la probabilité que le lièvre (respectivement la tortue) gagne.

Partie A

Dosman propose de prendre $n = 4$.

1) a) Conjecture : qui du lièvre ou de la tortue paraît favorisé ?

b) Calculer $P_4(T)$ et en déduire $P_4(L)$.

A qui la règle du jeu profite-t-elle ?

2) On désigne par X la variable aléatoire associant à une partie le nombre de lancers nécessaires pour obtenir un vainqueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Combien de lancers en moyenne nécessitera une partie ?

3) Dix parties sont jouées, indépendamment et dans ces mêmes conditions :

a) Quelle est la probabilité que la tortue gagne 5 fois exactement ?

b) Combien de parties la tortue peut-elle espérer gagner à ce jeu ?

Partie B

La valeur de n n'est plus fixée.

4) Calculer $P_n(T)$ et déterminer pour quelles valeurs de n le jeu est favorable à la tortue.

5) Calculer l'espérance du nombre de parties remportées par la tortue dans une série de 10 parties jouées.

Pour quelles valeurs de n le lièvre peut-il espérer gagner 9 parties sur 10 au moins ?