

## D'après baccalauréat S Antilles–Guyane septembre 2003

Une association organise des promenades en montagne. Douze guides emmènent, chacun pour la journée, un groupe de personnes dès le lever du soleil. L'été, il y a plus de demandes que de guides et chaque groupe doit s'inscrire la veille de la promenade. L'expérience des dernières années prouve que la probabilité qu'une des groupes inscrits ne se présente pas au départ est  $\frac{1}{8}$ .

On admettra que les groupes inscrits se présentent indépendamment les uns des autres.

Note. Les probabilités demandées seront arrondies au centième le plus proche.

1) a) Prouvez que la probabilité qu'un jour donné les douze groupes inscrits soient tous présents est comprise entre 0,20 et 0,21.

b) On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui indique le nombre de jours où les douze groupes ne se sont pas tous présentés au départ lors d'un mois de trente jours.

Prouvez que  $X$  suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.

Donnez la signification des événements ( $X = 30$ ) puis ( $X = 0$ ).

Précisez l'espérance mathématique  $E(X)$ . Quelle signification peut-on donner à ce résultat ?

c) Une somme de 1 Crédit (la monnaie locale) est demandée à chaque groupe pour la journée. Cette somme est réglée au départ de la promenade. Dans le cas où un groupe ne se présente pas au départ, l'association ne gagne évidemment pas le Crédit prévu pour la journée.

On note  $S$  la variable aléatoire égale à la somme, en Crédits, perçue par l'association un jour donné.

Calculez  $P(S = 11)$ .

Précisez l'espérance mathématique de  $S$ .

2) a) Agacé par le nombre de guides inemployés, le dirigeant de l'association décide de prendre chaque jour une réservation supplémentaire. Évidemment si les treize groupes se présentent, le treizième groupe sera dirigé vers une activité de substitution. Toutefois, cette activité entraîne une dépense de deux Crédits à l'association.

Quelle est la probabilité  $p_{13}$ , qu'un jour donné, il n'y ait pas de désistement parmi les treize groupes inscrits ?

b) Soit  $R$  la variable aléatoire qui donne le coût de l'activité de substitution.

Précisez la loi de la variable aléatoire  $R$  et calculez son espérance mathématique.

c) Prouvez que le gain moyen obtenu par l'association pour chaque jour, est  $\frac{91}{8} - 2p_{13}$

Calculez ce gain.

d) La décision du dirigeant est-elle rentable pour l'association ?