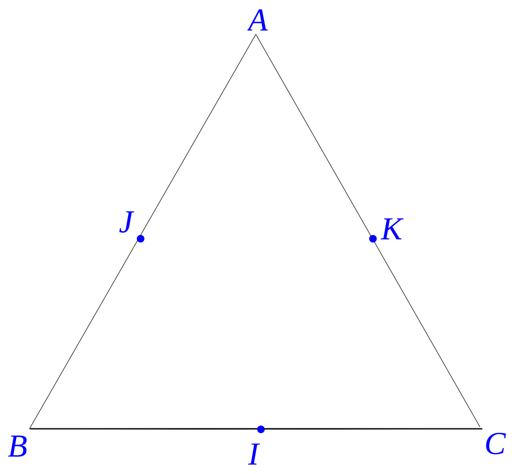
Les quatre expressions du produit scalaire

ABC est un triangle équilatéral, et dans l'unité choisie, $AB = 3$.
On note I le milieu de $[BC]$, K celui de $[AC]$, J celui de $[AB]$.

On pose $\vec{u} = \overrightarrow{BA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$, $\widehat{ABC} = \theta$



1) Calculer $\frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

(Indication : $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) = \overrightarrow{BK}$)

2) Calculer $\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\theta$

3) Calculer $\overline{BA}\times\overline{BJ}$

4) $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal quelconque. On note $(x;y)$ les coordonnées de $\vec{u}$ dans ce repère, et $(x';y')$ celles de $\vec{v}$.
Montrer que

$$xx' + yy' = \frac{9}{2}$$

<u>Conclusion</u> : chacun de ces nombres est appelé produit scalaire de $\overrightarrow{BA}$ par $\overrightarrow{BC}$.

On le note $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

5) Calculer $\overrightarrow{BK}.\overrightarrow{AC}$.

Relier le résultat au fait que les vecteurs $\overrightarrow{BK}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.