

Devoir Première S

Exercice 1 Construction d'un lieu à partir d'un petit dialogue entre amis

Frédéric et Matthieu sont de bons amis, ils prennent du plaisir à se lancer des défis. Le défi du jour est posé par Frédéric :

- Mon cher Matthieu, je te donne un cercle (C) de centre O et un point P que je place ailleurs que sur le cercle. Choisis un point M sur le cercle ; là où tu veux. En projetant orthogonalement le point O sur la droite (PM), tu obtiens un point N [ped de la perpendiculaire à (PM) issue de O]. La question que je pose est la suivante :

« Quel est la figure géométrique décrite par le point N lorsque M décrit le cercle (C) ? »

- Ne me dis pas que tu comptes me mettre dans l'embarras avec une question pareille ?

- Je ne te demande pas de faire des commentaires mais de répondre à la question posée.

- OK ça vient : Le triangle OPN est évidemment rectangle en N . Comme je ne peux pas modifier tes données, je considère que les points O et P sont fixes. Par contre, c'est moi qui choisis la position de M . Le point N est donc variable sur le cercle de diamètre $[OP]$. Comme tu l'auras noté, je fais ici, dans ce raisonnement, référence à une propriété caractéristique, et bien connue, des points d'un cercle de diamètre donné.

- Bravo, tu es sur la bonne voie mais quelle est ta conclusion ?

- Mais, mon cher Frédéric, n'ai-je pas été suffisamment clair ? N'as-tu pas observé que mon analyse me conduit à affirmer que le point N décrit certainement le cercle de diamètre $[OP]$?

- Mon pauvre Matthieu tu me déçois, ton analyse est incomplète. Quant à ta conclusion, j'ai le regret de t'annoncer que, dans certains cas de figure, elle est fausse.

- Quoi ? tu me fais marcher !

- Prends un logiciel de géométrie dynamique, fais une figure et affiche le lieu de N . Si la manipulation confirme ta conclusion, repositionne le point P sur l'écran jusqu'à ce que tu comprennes ton erreur. Tu verras alors que ton analyse est à affiner et ta conclusion à revoir. Je suis sûr que tu me sauras gré de t'avoir un jour "mis dans l'embarras" et qu'à l'avenir, dans tes recherches de lieux géométriques, tu veilleras à ne rien négliger, et surtout pas ce qu'on appelle "la réciproque".

Travail attendu :

1) En utilisant un logiciel de géométrie dynamique (géogébra), faire une figure illustrant la situation étudiée (penser à utiliser la fonction trace ou lieu de points).

2) Énoncer une conjecture relative au lieu du point N en identifiant les cas de figure à envisager.

3) Que manque-t-il à l'analyse de Dimitri pour qu'elle soit "complète" ?

Rédiger une analyse plus satisfaisante.

4) Alexandre reproche à son ami Dimitri d'avoir négligé "la réciproque".

Que veut-il dire ? Faire l'étude de cette réciproque.

Exercice 2 Un peu de mouvement

Cet extrait de *Observations sur la composition des mouvements et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes*, écrit par Roberval en 1693, traduit la situation :

A , B et C sont trois points non alignés.

E est un point du segment $[AB]$ et F est un point du segment $[AC]$ tels que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

G est le point défini par $\vec{AG} = \vec{AE} + \vec{AF}$.

Le point D est tel que $ABDC$ est un parallélogramme. Le but de cette activité est de démontrer que le point G décrit la diagonale $[AD]$ du parallélogramme $ABDC$.

1) Expliquer pourquoi il existe un réel k de $[0;1]$ tel que $\vec{AE} = k \vec{AB}$ et $\vec{AF} = k \vec{AC}$.

2) En déduire que le point G appartient au segment $[AD]$.

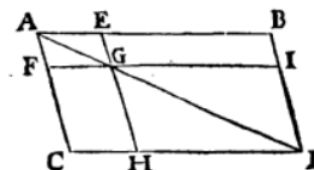
3) Si M est un point de $[AD]$, démontrer que $\vec{AM} = \vec{AN} + \vec{AP}$ où N est un point du segment $[AB]$ et P est un point du segment $[AC]$ tels que la droite (NP) est parallèle à la droite (BC).

4) Conclure (vous explicitez complètement le raisonnement utilisé).

T H E O R E M E I.

Proposition première.

S I un mobile est porté par deux divers mouvements chacun droit & uniforme, le mouvement composé de ces deux fera un mouvement droit & uniforme différent de chacun d'eux, mais toutefois en même plan, en sorte que la ligne droite que décrira le mobile fera le diamètre d'un parallélogramme, les côtés duquel feront entre eux comme les vitesses de ces deux mouvements ; & la vitesse du composé fera à chacun des composans comme le diamètre à chacun des côtés.



R . S.

Soit le mobile A porté par deux divers mouvements desquels les lignes de direction soient AB , AC , faisant l'angle BAC , & que les mouvements droits & uniformes soient tels qu'en même temps que l'impression AB auroit porté le mobile en B , en même temps l'impression AC l'eût portée en C . Je dis que le mobile porté par le mouvement composé de ces deux, sera porté le long du diamètre AD du parallélogramme AD , duquel les deux lignes AB , AC , sont les deux côtés, & que le mouvement qu'il aura sur le diamètre AD fera uniforme.