

Devoir 1^{ère} S6

René Descartes (1596-1650) passe pour être l'un des inventeurs de la géométrie analytique. Sa méthode consiste à traiter des questions d'algèbre en utilisant des figures géométriques : la solution d'une équation est *construite* comme un segment de droite, ce qui le rapproche des méthodes des Grecs et d'Euclide en particulier.

Des problèmes du second degré sont ainsi résolus en utilisant des intersections de cercles et de droites. Son *discours de la méthode* de 1637¹ comporte des annexes, en particulier une partie intitulée *la géométrie*.

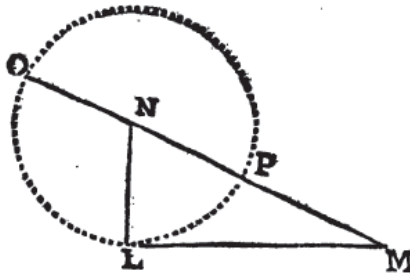
Voici dans le texte ci-dessous extrait de cet ouvrage, comment Descartes propose de *résoudre* une équation d'inconnue x du type : $x^2 = ax + b$ (remarquez la syntaxe pour l'égalité utilisée).

- 1) Que signifie pour Descartes les mots : *quantité connue* ?
- 2) Démontrez le résultat fourni par Descartes pour la *ligne cherchée*, c'est-à-dire l'inconnue z représentée par OM .
- 3) Comparer l'écriture de la racine à ce que donnent vos formules du chapitre sur le trinôme du second degré.
- 4) Utiliser la méthode géométrique de Descartes pour "résoudre" l'équation $x^2 - 8x - 25 = 0$.
- 5) Dans le dernier paragraphe, quelle autre équation y est résolue ? Expliquer cette résolution. Appliquer cette méthode à l'équation $x^2 + 8x - 49 = 0$.

Car si j'ay par

exemple

$z^2 \propto az + bb$
 je fais le triangle rectangle NLM,
 dont le côté LM est égal à b racine
 quarrée de la quantité connue bb , &
 l'autre LN est $\frac{1}{2}a$, la moitié de l'autre



quantité connue, qui étoit multipliée
 par z que je suppose être la ligne in-
 connue. Puis prolongeant MN la base
 de ce triangle, jusques à O, en sorte
 qu' NO soit égale à NL, la toute
 OM est z la ligne cherchée. Et elle
 s'exprime en cette sorte

$$z \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Que si j'ay $yy \propto -ay + bb$, &
 qu'y soit la quantité qu'il faut trouver,
 je fais le même triangle rectangle NLM,
 & de la base MN j'oste NP égale à
 NL, & le reste PM est y la racine
 cherchée. De façon que j'ay $y \propto -\frac{1}{2}a$
 $+ \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$.

¹ Le lycée Corneille possède encore trois anciens ouvrages le texte en latin de ses *Méditations Métaphysiques* de 1654, la traduction du latin de 1667 et son *discours de la méthode* de 1668.