

Coordonnées polaires

Le plan orienté est muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j})

A Coordonnées polaires d'un point du plan

Soit M un point distinct de O et \vec{u} un vecteur directeur unitaire de la droite (OM) . On désigne par r le nombre réel tel que $\vec{OM} = r\vec{u}$ et par θ une mesure de l'angle orienté (\vec{i}, \vec{u}) .

(r, θ) est alors un couple de coordonnées polaires du point M .

1) a) Placer, sur une figure, les points de coordonnées polaires :

$$\left(5, \frac{\pi}{3}\right) ; \left(3, -\frac{3\pi}{4}\right) ; \left(-3, \frac{\pi}{4}\right) ; (4, 0) \text{ et } \left(1, \frac{\pi}{2}\right)$$

On admet qu'un couple (r, θ) donné définit un point M unique.

b) Déterminer deux couples de coordonnées polaires, de la forme $(2, \theta)$ ou $(-2, \theta)$, associés au point A de coordonnées polaires $\left(2, \frac{14\pi}{3}\right)$ avec $\theta \neq \frac{14\pi}{3}$.

2) Dans cette question, on suppose $r > 0$.

a) Exprimer les coordonnées cartésiennes $(x; y)$ d'un point M en fonction de ses coordonnées polaires.

b) Exprimer r , $\cos \theta$ et $\sin \theta$ en fonction de x et y .

B Usage de la calculatrice

Une calculatrice permet d'obtenir des valeurs approchées des coordonnées polaires à partir des coordonnées cartésiennes et vice versa (touches ou fonctions [P↔R] et [R↔P]) :

Machine	Pour :	Touches frappées		Affichage	Touches frappées		Affichage	
FX 7800 G	R ↗ P	[SHIFT] [Pol (]	taper le couple	[EXE]	r	[ALPHA] [J] [EXE]	θ	
	P ↗ R	[SHIFT] [Rec (]		[EXE]		[ALPHA] [J] [EXE]		y
TI 81	R ↗ P([MATH] [1]	de	[ENTER]	r	[ALPHA] [θ] [ENTER]	θ	
	P ↗ R([MATH] [2]		[ENTER]		[ALPHA] [Y] [ENTER]		y
TI 82	R ↗ Pr	[2 nd] [ANGLE] [5]	nées : (x,y) ou (r, θ)	[ENTER]	r			
	R ↗ P θ	[2 nd] [ANGLE] [6]		[ENTER]		θ		
	P ↗ Rx	[2 nd] [ANGLE] [7]		[ENTER]		x		
	P ↗ Ry	[2 nd] [ANGLE] [8]		[ENTER]		y		

1) Quelles sont les coordonnées cartésiennes du point D de coordonnées polaires $\left(5, -\frac{2\pi}{3}\right)$?

2) Déterminer des coordonnées polaires du point E de coordonnées cartésiennes $(4; -9)$.

3) Vérifier les résultats en plaçant les points D et E sur une figure.

C Application à la physique

Nous nous proposons de déterminer rapidement, grâce à la calculatrice, la norme et la direction de la somme de deux forces.

On considère les forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 appliquées au point O , de normes respectives 1,5 et 4 et telles que $-\frac{\pi}{9}$ et $\frac{5\pi}{9}$ sont des mesures des angles (\vec{i}, \vec{F}_1) et (\vec{i}, \vec{F}_2) .

1) Déterminer, avec la calculatrice, des valeurs approchées des coordonnées des vecteurs \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .

2) Calculer les coordonnées de $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

3) Déterminer, avec la calculatrice, des valeurs approchées de la norme \vec{F} et d'une mesure de l'angle (\vec{i}, \vec{F}) .

