Contrôle Première S

Exercice 1

Dans cet exercice, des affirmations sont faites. Certaines sont exactes et d'autres sont fausses. Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F). Aucune justification n'est demandée, mais ne répondez pas au hasard, car les erreurs seront pénalisées (2 erreurs neutralisent une bonne réponse).

1) f est une fonction trinôme du second degré telle que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$f(x) = ax^2 + bx + c$. Δ est le discriminant de f. Le tableau des variations de f est donné ci-contre :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Affirmation 1 : L'équation $f(x) = 0$ possède 2 solutions α et β telles que : $\alpha < 1 < \beta$.
Affirmation 2 : $\Delta > 0$.
Affirmation 3 : $\Delta = 4a$.
Affirmation 4 : $b > 0$.

2) $\mathcal{P}$ est la parabole d'équation $y = -x^2 + 2x + 8$.
Affirmation 1 : $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en $A(4;0)$.
Affirmation 2 : L'abscisse du sommet S de $\mathcal{P}$ est : 1.
Affirmation 3 : L'équation $-x^2 + 2x + 8 = 0$ a deux solutions de signes différents.
Affirmation 4 : L'inéquation $-x^2 + 2x + 8 \leqslant 0$ a pour ensemble de solutions : $[-2 ; 4]$.

3) Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, le vecteur de la translation qui permet d'obtenir la parabole d'équation $y = x^2 + 3x - 1$ à partir de la parabole d'équation $y = x^2$ est :
Affirmation 1 : $-\frac{3}{2}\vec{i} - \frac{13}{4}\vec{j}$
Affirmation 2 : $-\frac{3}{2}\vec{i} + \frac{13}{4}\vec{j}$
Affirmation 3 : $\frac{3}{2}\vec{i} + \frac{13}{4}\vec{j}$
Affirmation 4 : $3\vec{i} - \vec{j}$.

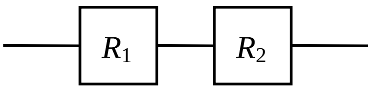
Exercice 2

On considère l'équation bicarrée (E) : $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$.
1) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation (E') : $X^2 - 3X + 2 = 0$
2) Déduire à partir des solutions de (E'), les solutions de (E).

Exercice 3

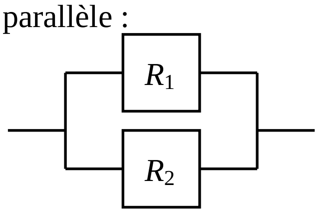
On dispose de deux résistors de résistances R_1 et R_2.
Rappels : La résistance équivalente est donnée par :

en série :



$$r = R_1 + R_2$$

en parallèle :



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

1) Si on connaît les valeurs de r et R, montrer que déterminer R_1 et R_2 revient à résoudre une équation du second degré.
2) On sait que $r = 10\Omega$ et $R = 2\Omega$. Déterminer R_1 et R_2.
3) Même question pour $r = 4\Omega$ et $R = 1\Omega$.

Exercice 4

Voici un problème trouvé sur une tablette babylonienne :

J'ai additionné la surface et le côté de mon carré : 45'.

En considérant que les Babyloniens comptaient en base 60, c'est-à-dire que 45' correspond à $\frac{3}{4}$, résoudre cette équation.

Tablette babylonienne de la collection de l'Université de Yale.

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 5x - 4$. On appelle P sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

1) a) Donner la forme canonique de f, en déduire les coordonnées du sommet S de P.

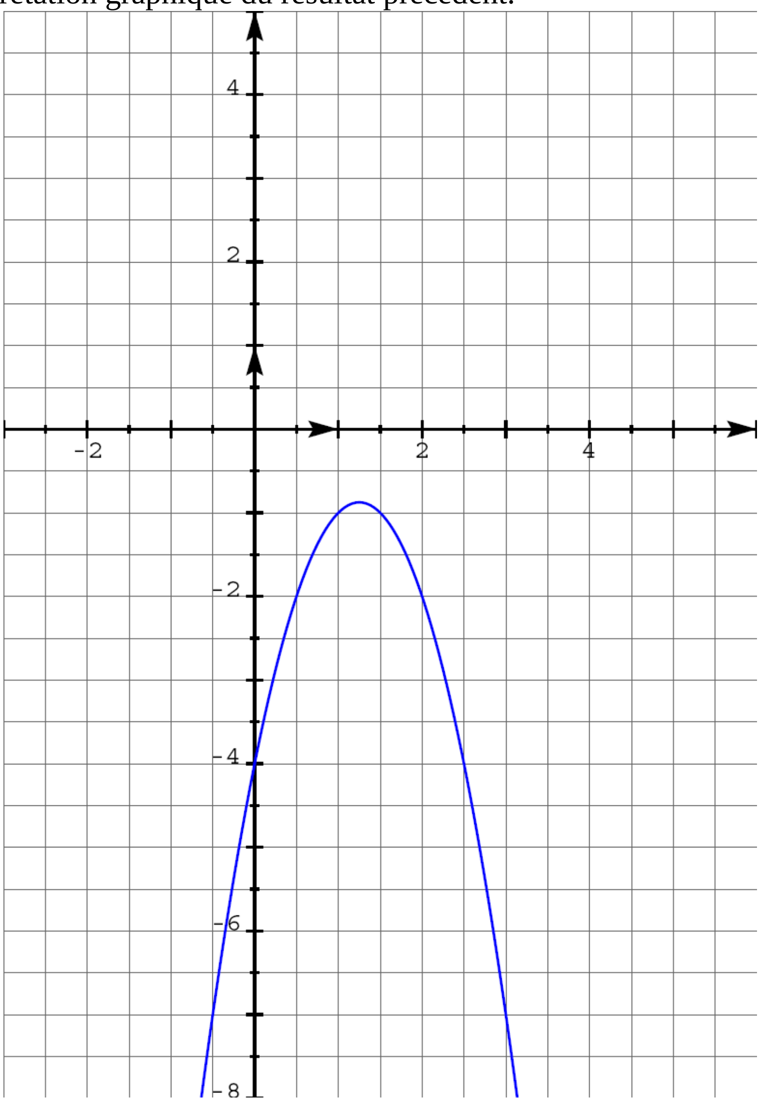
b) Dresser le tableau de variation de la fonction f. Justifier.

2) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -4x + 5$.

Sur ce même graphique, tracer la courbe représentative de g.

3) a) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

b) Donner une interprétation graphique du résultat précédent.



Exercice 6

1) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $x^2 + 3x - 10 \leqslant 0$.

2) Un rectangle est tel que la longueur mesure 3 mètres de plus que sa largeur. L'aire de ce rectangle est inférieure à 10 m^2.

Quelles sont les dimensions possibles de ce rectangle ?