

Loi binomiale

d'après transmath, TS, Nathan, 2006

Une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres n (nombre d'épreuves) et p (probabilité de « succès ») est telle que $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$ pour k entier naturel inférieur ou égal à n . Le calcul de cette probabilité est aisé dès que n n'est pas trop grand ou k petit ou proche de n . Pour n élevé, le calcul peut dépasser les possibilités de votre calculatrice ou de votre ordinateur. C'est pour cela que des fonctions spécifiques de calcul de loi de probabilité de variable aléatoire suivant une loi binomiale existent sur les calculatrices ou dans les tableurs courants.

D'autre part, certains problèmes, comme lors de l'utilisation de l'intervalle de fluctuation déterminé à l'aide de la loi binomiale, nécessitent le calcul de $P(X \leq k)$, c'est-à-dire, la somme

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = k).$$

Là encore, les calculatrices et les tableurs courants permettent ce calcul.

Avec la calculatrice

Famille Casio

Sélectionnez les menus STAT, DIST puis BINM.

Choisissez :

Bpd pour le calcul de $P(X = k)$ ou

Brd pour le calcul de $P(X \leq k)$.

Sélectionnez VAR.

Dans l'écran qui apparaît

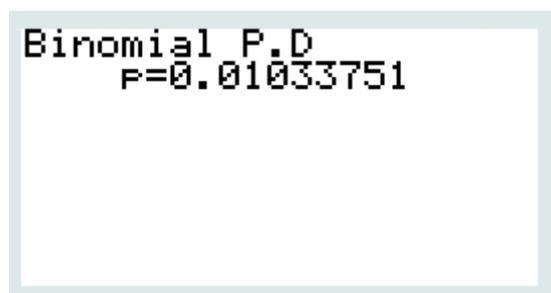
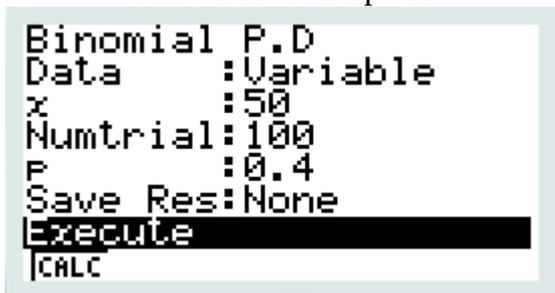
entrez la valeur de k à la ligne x :

entrez la valeur de n à la ligne Numtrial :

entrez la valeur de p à la ligne p :

Appuyez alors sur EXE, le résultat s'affiche

Avec la Casio Graph 85



Famille TI

Sélectionnez le menu DISTR (2nd VARS)

Dans les lignes affichées, choisissez

Binom pdf pour le calcul de $P(X = k)$ ou

Binom cdf pour le calcul de $P(X \leq k)$.

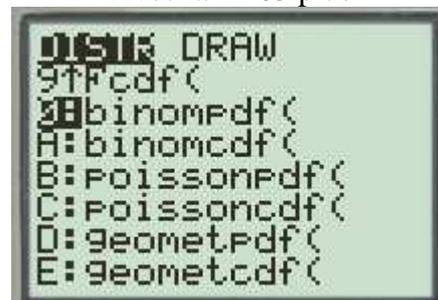
Puis dans la parenthèse, entrez les valeurs ainsi :

$(n ; p ; \{k\})$; n'oubliez pas que la valeur de k doit être entre accolades.

Vous avez aussi la possibilité de rentrer plusieurs valeurs de k , séparées par des virgules.

Appuyez alors sur ENTER, le résultat s'affiche.

Avec la TI-83 plus



Utilisation des tableaux de valeurs de la calculatrice pour afficher la table des probabilités

Famille Casio

Pour la table des probabilités

Sélectionnez les menus TABLE.

Utilisez la relation :

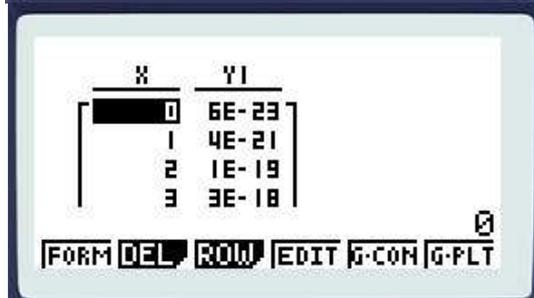
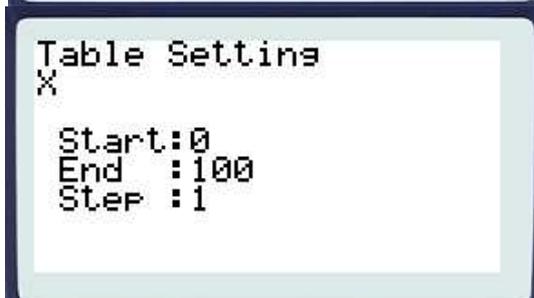
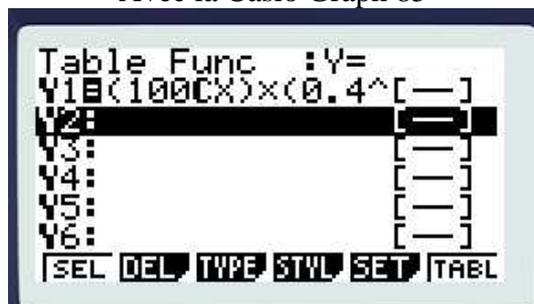
$$nC_x \times p^x \times (1-p)^{(n-x)}$$

Où C est obtenu par OPTN PROB nCr

Régler l'intervalle des valeurs pour x avec SET.

Afficher les valeurs avec l'instruction TABL.

Avec la Casio Graph 85



Famille TI

Pour la table des probabilités cumulées

Choisissez Y=

Sélectionnez le menu DISTR (2nd VARS)

Dans les lignes affichées, choisissez

Binom cdf pour le calcul de $P(X \leq k)$.

Puis dans la parenthèse, entrez les valeurs ainsi :

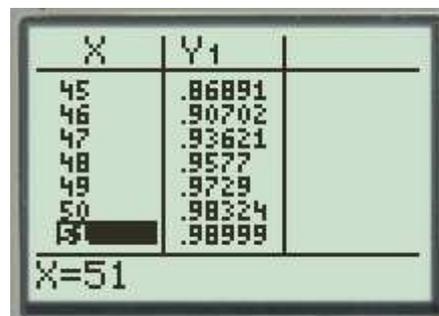
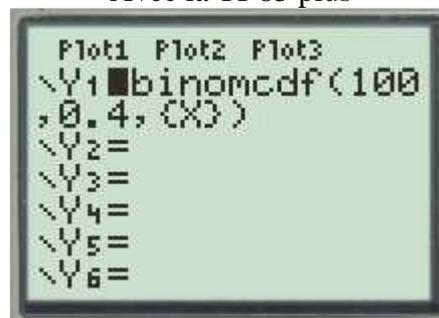
$(n ; p ; \{x\})$; n'oubliez pas que la valeur de x

doit être entre accolades.

Appuyez alors sur TABLE, le résultat s'affiche

(lentement si le nombre de valeurs demandées est important).

Avec la TI-83 plus



On peut également utiliser une méthode semblable à celle des calculatrices CASIO pour afficher la table des probabilités.

Avec le tableur OpenOffice

On utilise l'instruction LOIBINOMIALE().

Cette fonction a quatre arguments : les trois premiers sont des entiers et le quatrième argument est une valeur logique (soit « VRAI », soit « FAUX »).

Ainsi, on écrit dans la cellule concernée (on remplace k, n et p par les valeurs numériques)

- Pour $P(X = k) : = \text{LOIBINOMIALE}(k ; n ; p ; \text{FAUX})$
- Pour $P(X \leq k) : = \text{LOIBINOMIALE}(k ; n ; p ; \text{VRAI})$

Si on veut calculer la probabilité $P(k_1 \leq X \leq k_2)$, il suffit de calculer : $P(X \leq k_2) - P(X < k_1)$, et pour calculer $P(X < k_1)$, on calcule $P(X \leq k_1 - 1)$.

Applications

1) Calculez, pour la loi $B(100 ; 0,5)$, les probabilités suivantes :

$$P(X = 50) ; P(X \leq 40) ; P(X > 70) \text{ et } P(45 \leq X \leq 55).$$

2) D'une urne qui contient dix billes, cinq blanches et cinq noires, on prélève, successivement, avec remise, mille billes dont on note la couleur.

On appelle X le nombre de billes blanches.

a) Calculez la probabilité de $[470 \leq X \leq 530]$.

b) Que peut-on penser d'un résultat qui donnerait 450 billes blanches ?

3) Lors d'un référendum, on a extrait d'une urne électorale 400 bulletins « NON » en 1 000 tirages avec remise.

Peut-on penser, malgré cela, que le « NON » est majoritaire dans cette urne ?

4) Construire le diagramme en bâton de la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,4$.

