Se poser la question de l'indépendance des tirages.
Modéliser avec la loi binomiale.

Loi binomiale ou pas ?
Un boulanger fabrique des pains de campagne qui doivent peser, en théorie 600 grammes.
Un contrôleur du service de la répression des fraudes entre dans la boulangerie et prélève, au hasard, 4 pains de campagne. Au moment de l'arrivée de l'inspecteur, la distribution des poids des pains est la suivante :

Poids (en g)	580	590	600	610	620
Fréquence	0,12	0,25	0,32	0,27	0,04

1) Tirages indépendants
a) Quelle est la probabilité que le poids d'un pain choisi au hasard soit inférieur, strictement, à 600 grammes ?
b) On suppose que cette probabilité reste inchangée pour les 3 pains suivants choisis par l'inspecteur, c'est-à-dire que les tirages sont indépendants.
Expliquer pourquoi la loi de probabilité du nombre de pains dont le poids est strictement inférieur au poids théorique (600 grammes) est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
c) Calculer la probabilité qu'un au moins des pains prélevés par l'inspecteur ait un poids strictement inférieur à 600 grammes.

2) L'hypothèse est remise en cause
L'inspecteur ne prélève probablement pas les pains avec remise, donc l'hypothèse d'indépendance des tirages est contestable. On suppose qu'au moment de son arrivée, il y a 100 pains dans le magasin.
a) Calculer le nombre de tirages différents que peut effectuer l'inspecteur.
b) Calculer la probabilité qu'un au moins des pains prélevés ait un poids strictement inférieur à 600 grammes.
c) Comparer les résultats trouvés aux questions 1) c) et 2) b).

<u>Remarque</u>
Lorsqu'on prélève **sans remise *n*** éléments d'un ensemble à N éléments, la situation n'est, en toute rigueur, pas modélisable par la loi binomiale puisqu'il n'y a pas indépendance des tirages. Cependant, si n est très petit par rapport à N, on peut assimiler la situation à un tirage avec remise :
Dans une population de taille N, une proportion $p = \frac{n}{N}$ possède un caractère A.
La probabilité qu'un individu pris au hasard possède le caractère A est p. Si on choisit au hasard un second individu, la probabilité qu'il possède le caractère A n'est plus que $p = \frac{n-1}{N-1}$ ou $p' = \frac{n}{N-1}$ selon le choix du premier individu. Émettre l'hypothèse que N est grand par rapport à n, implique que les nombres $\frac{n}{N}$, $\frac{n}{N-1}$, $\frac{n-1}{N-1}$, etc. sont très proches de p. Ainsi lorsqu'on choisit k éléments dans une telle population, la probabilité pour un individu quelconque de posséder le caractère A peut être considérée comme constante et égale à p.
La loi binomiale fournit alors les résultats avec une bonne précision.

D'après Hyperbole, TS, Nathan, 2006.