

Jeux de *pile* ou *face* au casino*Fiche descriptive*

Niveau d'enseignement :	Terminale S
Type d'activité :	Résolution d'un problème
Durée :	1 heure
Outils :	Tableur
Compétences TICE :	Organiser une feuille de calcul. Simuler une expérience aléatoire. Effectuer des tests. Calculer des fréquences et des moyennes.
Compétences mathématiques :	Savoir reconnaître une loi binomiale et appliquer les connaissances du cours. Savoir reconnaître une situation d'indépendance et manipuler des variables aléatoires indépendantes. Utiliser une disjonction de cas. Recourir éventuellement à un arbre pondéré pour calculer une probabilité. Savoir calculer une espérance. Connaître la notion de « jeu équitable ». Confronter une moyenne observée et une espérance (loi des grands nombres). Avoir une attitude critique et réfléchie vis-à-vis de la conjecture.
Place dans la progression, moment de l'étude :	Ce TP est une application de la loi binomiale Il illustre également : - la notion de variables aléatoires indépendantes - le fait que l'espérance est une moyenne.

Jeux de *pile* ou *face* au casino*Fiche professeur*

Un jeu est proposé dans un casino. Il s'agit de savoir si ce jeu est équitable.

L'approche expérimentale sur tableur permet à l'élève de s'approprier le problème et de multiplier les essais dans un temps limité ce qui conduit à une conjecture rapide. Les calculs montrent ensuite que le gain moyen du joueur est égal $-\frac{1}{64}$ €.

On comprend bien que cette valeur est trop proche de zéro pour que la simulation sur tableur permette de conclure. Ce TP est donc l'occasion de mener un débat autour de la notion de fluctuation d'échantillonnage et de la lente convergence de la moyenne constatée. Il fournit l'occasion de développer l'attitude critique de l'élève vis-à-vis d'une conjecture.

Le calcul du gain moyen sur tableur peut être fait de diverses manières : soit en calculant directement la moyenne des gains des différents jeux, soit en calculant d'abord les fréquences de victoires et d'échecs, les gains algébriques étant alors pondérés par les fréquences. Confronter avec la classe ces différentes méthodes de calcul peut contribuer à l'appropriation par les élèves du fait que l'espérance définie

en cours par $E(X) = \sum_{i=1}^r p_i x_i$ correspond bien à une moyenne.

Le TP met également en jeu deux variables aléatoires qui suivent chacune une loi binomiale. Il permet de faire vivre dans un contexte porteur de sens la notion de variables aléatoires indépendantes.

La question 2 est laissée volontairement sous une forme ouverte qui favorise la prise d'initiative et le débat de classe. Cette étude peut faire l'objet d'un devoir libre avec un questionnement un peu plus guidé, comme le suivant :

- a) On note X et Y les variables aléatoires qui comptent les nombres de *pile* obtenus respectivement par la machine et par le joueur. Déterminer la loi de probabilité suivie par chacune des variables aléatoires X et Y .
- b) Déterminer la probabilité pour que le joueur gagne.
- c) Calculer le gain moyen du joueur. Le jeu est-il équitable ?

La section « utiliser le tableur » située sur la fiche élève ne décrit pas la marche à suivre. Elle rappelle quelques fonctionnalités du tableur (ALEA(), SI et NB.SI) qui peuvent être nécessaires à l'élaboration de la feuille de calcul. Son utilisation est facultative.

Jeux de *pile* ou *face* au casino

Fiche élève

Le directeur d'une chaîne de casinos se propose d'installer un nouveau jeu pour lequel le joueur paie 1 euro.

Le jeu consiste à comparer deux séries de cinq lancers d'une pièce de monnaie équilibrée : l'une des séries est simulée par une machine et l'autre est construite par le joueur qui lance cinq fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

Si le joueur obtient le même nombre de *pile* que la machine, le casino lui rend 4 euros, sinon le casino ne lui rend rien.

L'objet du TP est de déterminer si le jeu est équitable.

Question 1. *Etude expérimentale*

- En utilisant un tableur, effectuer une simulation donnant les gains de 1000 joueurs.
- À l'aide des fonctionnalités du tableur, calculer les fréquences des différents gains obtenus par les joueurs et le gain moyen d'un joueur.
- Faire d'autres simulations de même taille et noter sur votre copie les réponses obtenues à la question **b**).
- Le jeu vous semble-t-il équitable ?

Question 2. *Étude probabiliste*

Mettre en place des calculs permettant de valider ou d'invalider la conjecture émise à la question **1.d**.

Utiliser le tableur

Indications

Il est nécessaire de simuler un grand nombre de jeux. Par conséquent il est raisonnable de simuler un jeu sur une seule ligne du tableur ce qui permet de la copier facilement vers le bas.

Il est possible de réorganiser la feuille avec la fonctionnalité "Couper/Coller", les références sont automatiquement actualisées.

Tâche à accomplir	Instruction du tableur
Tirer un nombre au hasard	<p>La fonction ALEA() permet de tirer un nombre décimal au hasard dans l'intervalle [0; 1[: $\boxed{=ALEA()}$.</p> <p>Cette fonction permet d'obtenir également un nombre décimal au hasard dans des intervalles divers. Par exemple,</p> <ul style="list-style-type: none">pour un nombre décimal au hasard dans l'intervalle [0; 5[, on multiplie par 5 : $\boxed{=5*ALEA()}$;pour un nombre décimal au hasard dans l'intervalle [1; 5[, on multiplie par 4 ce qui permet d'obtenir un nombre décimal de l'intervalle [0; 4[, puis on ajoute 1 : $\boxed{=4*ALEA()+1}$. <p>Si on veut un nombre entier au hasard, il suffit de combiner les fonctions ALEA() et ENT.</p> <p>Si la fonction ALEA.ENTRE.BORNES est disponible sur le tableur, pour obtenir un nombre entier compris entre des entiers a et b, on peut utiliser la formule $\boxed{=ALEA.ENTRE.BORNES(a;b)}$.</p>
Compter des résultats	$\boxed{=NB.SI(plage ; valeur \grave{a} compter)}$ <i>Si la valeur à compter est un texte, le mettre entre guillemets.</i>
Faire un test	$\boxed{=SI(test ; valeur \text{ si vraie } ; valeur \text{ si faux})}$
Calculer une moyenne	$\boxed{=MOYENNE(plage)}$ ou $\boxed{=SOMME(plage)/effectif}$
Relancer une nouvelle simulation	Touche $\boxed{F9}$ du tableur (Sous Open Office : Ctrl+Maj+F9)