**Première S : Barycentre et Morphing**

## Courbes de Bézier linéaires

Les courbes de Bézier linéaires sont de degré 1 en $t$ et dépendent de deux points de contrôle $A_0$ et $A_1$, elles sont définies par les points $M = \mathrm{bar}\{(A;1-t),(B;t)\}$ avec $t \in [0; 1]$

Prouver que l'ensemble des points $M$ pour $t \in [0; 1]$ est le segment $[A_0A_1]$.

## Un exemple de "Morphing"

Le but de cette première partie est de construire un procédé permettant de déformer continûment le quadrilatère $ABCD$ en le quadrilatère $A'B'C'D'$.

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A$, $B$, $C$ et $D$ de coordonnées respectives (-5;–3), (-1;–2), (-1;1) et (-4;2) ainsi que les points $A'$, $B'$, $C'$ et $D'$ de coordonnées respectives (2;1), (4;3), (6;0) et (3;4).

1) a) Construire les quadrilatères $ABCD$ et $A'B'C'D'$ en utilisant un logiciel de géométrie dynamique.

b) Soit $k$ un réel compris entre 0 et 1. Construire les points $A_k$, $B_k$, $C_k$ et $D_k$ barycentres respectifs des points pondérés $\{(A,1-k);(A',k)\}$, $\{(B,1-k);(B',k)\}$, $\{(C,1-k);(C',k)\}$ et $\{(D,1-k);(D',k)\}$.

c) Construire le quadrilatère $A_kB_kC_kD_k$. Que remarquez-vous lorsque $k$ varie de 0 à 1 ? En particulier, que devient le quadrilatère $A_kB_kC_kD_k$ lorsque $k = 0$ ? Lorsque $k = 1$ ?

2) En utilisant la trace, faire apparaître quelques positions du quadrilatère $A_kB_kC_kD_k$.

## Une propriété du "Morphing"

On se place maintenant dans la situation où $ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont des parallélogrammes. Par rapport à la figure précédente, on ne change que les coordonnées de $D$ et $D'$ en (-5;0) et (4;2).

1) a) Adapter la figure précédente à ce nouvel énoncé.

Vérifier que $ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont des parallélogrammes.

b) Quelle semble être la nature du quadrilatère $A_kB_kC_kD_k$ ?

2) Démonstration

a) Exprimer en fonction de $k$ les affixes respectives $a_k$, $b_k$, $c_k$ et $d_k$ des points $A_k$, $B_k$, $C_k$ et $D_k$.

b) Démontrer la conjecture émise dans la question 1) b).

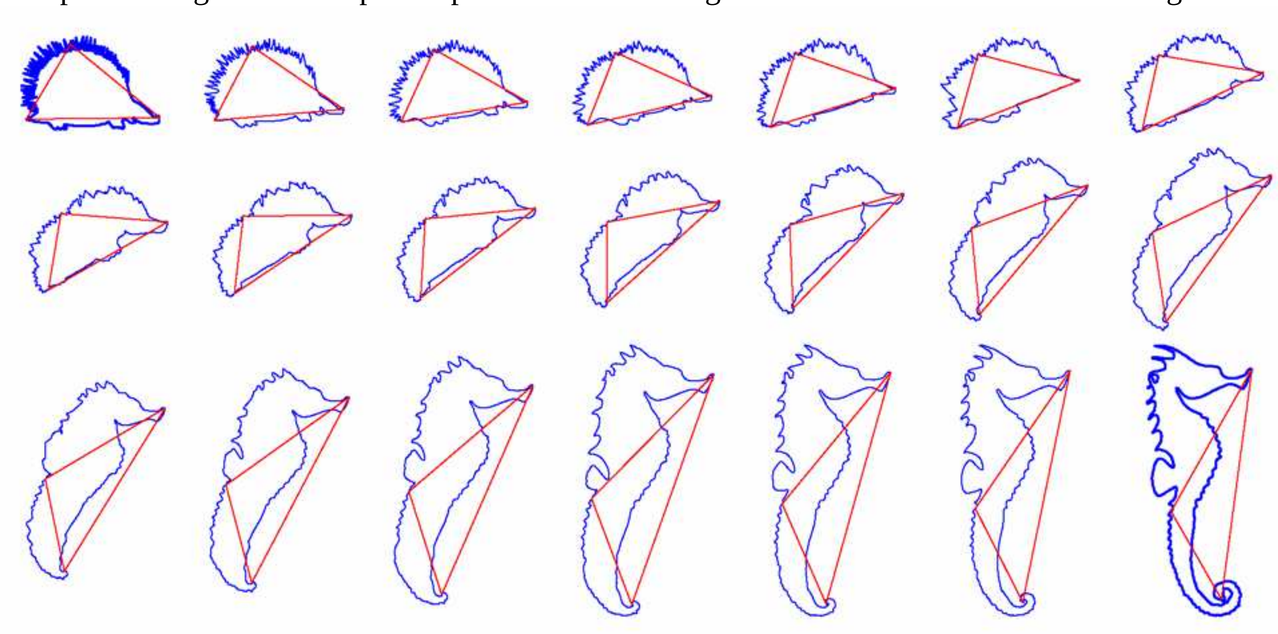
3) Généralisation

On suppose que $ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont deux parallélogrammes. Les points $A_k$, $B_k$, $C_k$ et $D_k$ sont définis de la même manière que précédemment.

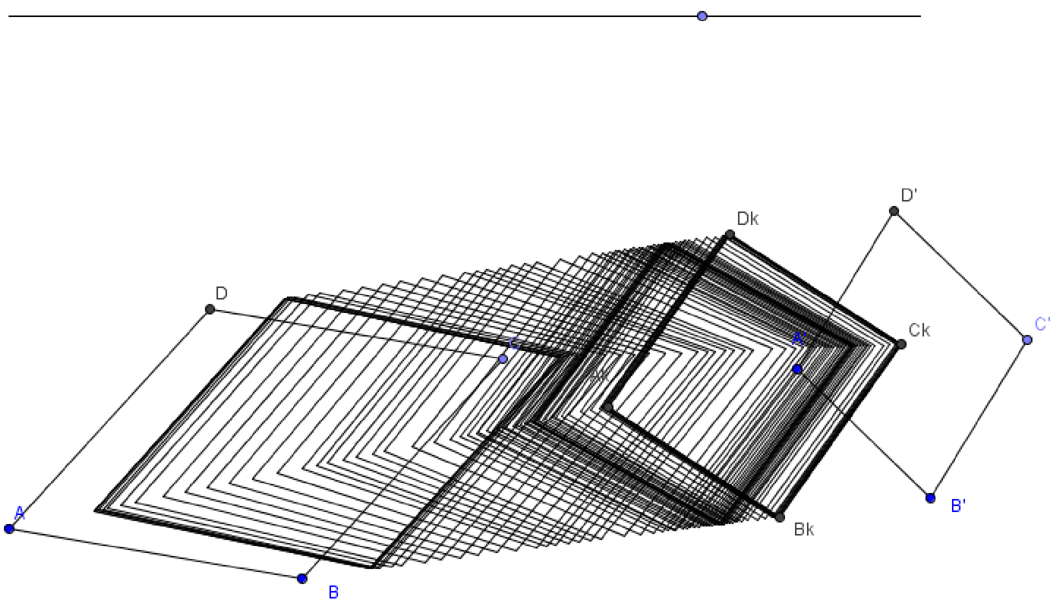
Prouver que le quadrilatère $A_kB_kC_kD_k$ est un parallélogramme.

## En revanche …

Dans la partie précédente, on a montré que le procédé de déformation continue mis en œuvre dans cette activité conserve le parallélisme. A l'aide d'un contre-exemple, montrer que ce procédé ne conserve en général pas l'orthogonalité. On pourra partir de deux losanges $ABCD$ et $A'B'C'D'$ ou d'un losange et …



Un exemple de morphing



D
C
A
B
Dk
Ck
Ak
Bk
D'
C'
A'
B'