Devoir Première S₁

Exercice 1

Lors d'une fête foraine, deux amateurs de sensations fortes veulent essayer le nouveau manège du parc qui s'appelle la "chute libre".

Le principe est le suivant. Une nacelle est en glissière le long d'un axe vertical haut de 71 mètres qui, une fois stabilisée au sommet, est propulsée vers le bas, pour être finalement stoppée dans le dernier mètre de chute.

On admet que la distance parcourue $d(t)$ à l'instant t , $t \geq 0$, par la nacelle lorsqu'elle est lâchée des 71 mètres suit la loi horaire suivante :

$$d(t) = 4,5t^2 + 9t \quad \text{où } t \text{ est exprimé en secondes et } d(t) \text{ en mètres.}$$

- 1) Quelle distance la nacelle a-t-elle parcourue au bout de 1s, 2s puis 3s ?
- 2) Combien de temps la nacelle met-elle pour parcourir les 70 mètres ? (on arrondira au millième de seconde près)
- 3) Quelle est alors la vitesse moyenne de la nacelle sur les 70 mètres de chute ?
- 4) Démontrer qu'à l'instant t_0 , la vitesse instantanée $v(t_0)$ de la nacelle est $v(t_0) = 9t_0 + 9$.
- 5) David et Samuel sont au pied du manège et David dit à Samuel : "70 mètres de chute, ce n'est pas si impressionnant que cela au fond, la nacelle ne peut quand même pas aller aussi vite qu'une voiture sur autoroute".

Samuel, lui, pense le contraire. Qui a raison ?

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On considère la parabole (P) d'équation $y = \frac{1}{2}x^2$. Etant donné un réel t non nul, on se propose de mettre en évidence, puis de démontrer, une propriété du point d'intersection des tangentes à la parabole (P) aux points M et M' d'abscisses respectives t et $t' = -\frac{1}{t}$.

- 1) a) A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (du type Géoplan ou Géogebra), tracer la parabole (P) .
 - b) On se donne un réel t (variable réelle libre pour géoplan).
Placer le point M d'abscisse t sur la courbe (P) .
 - c) Tracer la droite (D) tangente à (P) au point M .
Dans le cas de l'utilisation de Géoplan, vous devrez connaître le coefficient directeur de cette tangente pour pouvoir la tracer (droite définie par un point et son coefficient directeur).
 - d) Placer le point M' d'abscisse $t' = -\frac{1}{t}$ sur la courbe (P) . Tracer la droite (D') tangente à (P) en M' .
Placer le point d'intersection N des droites (D) et (D') .
 - e) Lorsque t varie dans $\mathbb{R}^*$, à quel ensemble le point N semble-t-il appartenir ?
- 2) Démonstration :
 - a) Donner les équations des droites (D) et (D') .
 - b) Calculer les coordonnées du point N et conclure sur la propriété conjecturée.

Remarque importante pour l'exercice 2 :

Dans le cas où vous ne disposeriez pas du logiciel chez vous ou que vous ne pourriez pas l'utiliser au lycée, vous pourrez faire quelques figures sur papier pour simuler le comportement dynamique d'un logiciel de géométrie. Pour les autres élèves qui pratiqueront l'un des logiciels, il est demandé une capture d'écran de la figure finale qui met en évidence le lieu des points N obtenu par la construction (menu lieu de points de N ou trace des points N).