

Autour des équations du premier degré : $ax + b = 0$

On cherche dans cette activité à étudier les solutions d'équations du type $ax + b = 0$. Dans cette expression l'inconnue est désignée par x .

Partie A

Choisir 5 équations du premier degré de la forme $ax + b = 0$ où a et b seront les deux nombres que vous devrez choisir parmi les entiers relatifs entre -10 et 10 avec a non nul (par exemple l'équation $2x + 3 = 0$).

Résoudre ces équations et relever le signe de chacune des solutions trouvées.

Pourquoi doit-on prendre a non nul ?

Calculer la fréquence du nombre de solutions strictement positives.

Peut-on répondre, à partir de cette fréquence, à la question : déterminer la probabilité d'obtenir une solution strictement positive ?

Et avec l'ensemble des résultats de la classe ?

Partie B

A l'aide d'un tableur du type OpenOffice ou Excel, réaliser la simulation suivante, sur une même ligne du tableur :

- choisir aléatoirement deux entiers relatifs compris entre -10 et 10, le premier étant non nul ;

- déterminer alors la solution de l'équation $ax + b = 0$ puis le signe de cette solution.

Reproduire cette simulation pour déterminer, sur 1000 réalisations, la fréquence du nombre de solutions strictement positives.

Peut-on alors répondre à la question : déterminer la probabilité d'obtenir une solution strictement positive à l'équation ?

Partie C

Dans le but d'établir une solution par l'étude de l'ensemble des cas (étude exhaustive), on écrit l'algorithme suivant que vous pourrez exécuter par votre calculatrice ou un logiciel du type Algobox, Scilab ou Xcas.

Variables

a, b, s : entiers

Début

0 \rightarrow s ;

Pour a allant de -10 à 10 faire

 Pour b allant de -10 à 10 faire

 Si $a \neq 0$ alors Si $-b/a > 0$ alors $s + 1 \rightarrow s$

 FinSi

 FinSi

FinPour

FinPour

Afficher("La fréquence des solutions strictement positives est :",s/(20*21))

Fin.

Que représente la variable s dans cet algorithme ?

Expliquer le calcul dans l'affichage final.

Partie D

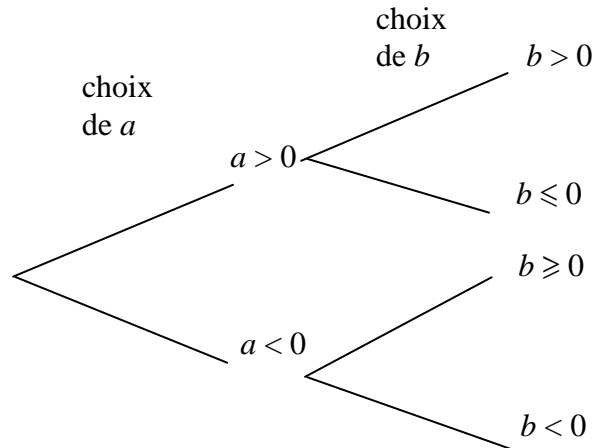
a et b sont encore des nombres entiers quelconques entre -10 et 10, avec a non nul.

Déterminer les conditions sur a et b pour que l'équation $ax + b = 0$ admette une solution strictement positive.

Choisir un entier relatif aléatoire choisi entre -10 et 10 et non nul. Quelle est la probabilité que ce nombre soit strictement positif ? négatif ou nul ?

Choisir un entier relatif aléatoire choisi entre -10 et 10. Quelle est la probabilité que ce nombre soit strictement positif ? négatif ou nul ?

Compléter l'arbre ci-dessous par les probabilités associées à chacune des branches.



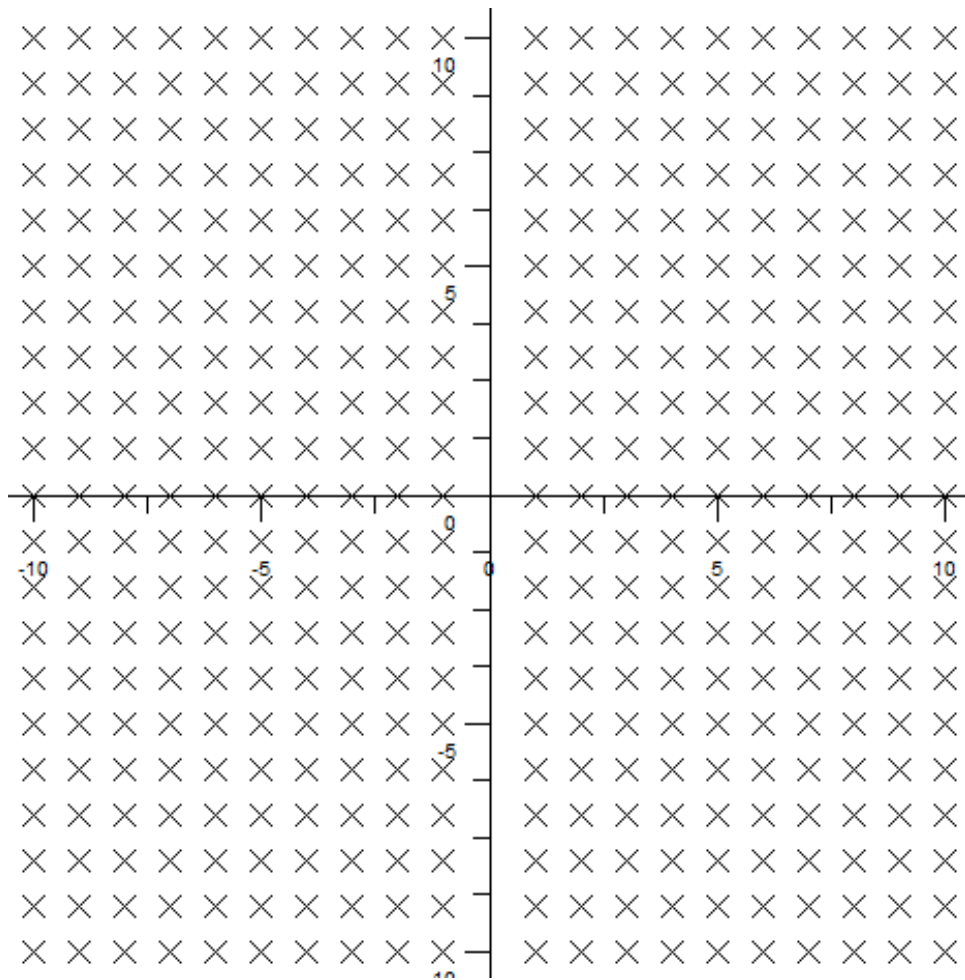
Déterminer la probabilité d'obtenir une solution strictement positive à l'équation $ax + b = 0$, lorsque a et b sont deux entiers relatifs quelconques entre -10 et 10, avec a non nul.

Comparer ce résultat à ceux obtenus dans les parties A et B.

Partie E

Choisir une équation quelconque du type $ax + b = 0$ pour a et b entiers relatifs entre -10 et 10, avec a non nul, c'est choisir aléatoirement un point de coordonnées entières parmi ceux représentés ci-après par une croix.

Expliquer pourquoi.



Combien existe-t-il de points de coordonnées $(a;b)$ avec a et b deux entiers relatifs entre -10 et 10 ?

Combien de points permettront de donner des valeurs a et b pour lesquels l'équation $ax + b = 0$ admettra une solution strictement positive ?

En déduire la probabilité de l'événement "obtenir une solution strictement positive".

Partie F Prolongement

Déterminer la probabilité du même événement lorsque a et b sont deux réels quelconques entre -10 et 10, non nul pour a .