Exercices sur les fonctions

Exercice 1

Soit la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$.

1) Déterminer D_f.

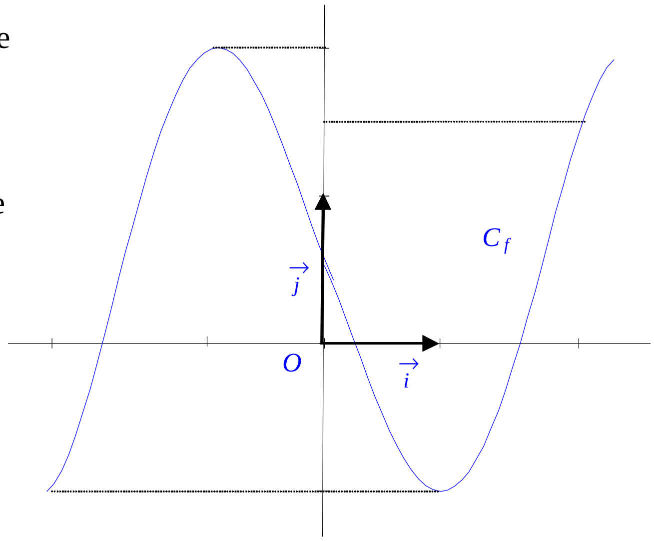
2) Calculer l'image de $\frac{3}{4}$ et de 0.

3) Déterminer les antécédents éventuels de 0 de $\frac{1}{3}$ et de 2.

4) Les points suivants sont-ils sur la courbe représentative de *f* : O(0;0) A(0;1) C(-1;-2) D(1;1) ?

Exercice 2 (6 points)

Soit *f* la fonction définie sur [-2;2] dont on donne la courbe représentative C_f :



1) Déterminer graphiquement $f(-1)$.

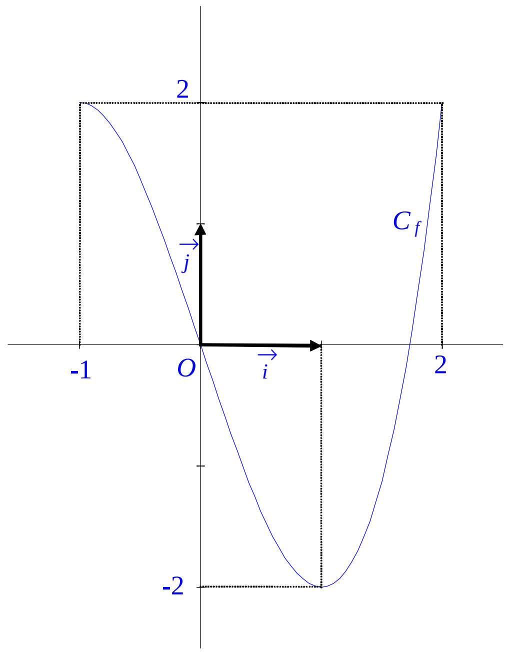
2) Trouver l'ensemble des images par *f* de tous les réels de l'intervalle [0;2].

3) Résoudre graphiquement a) $f(x) = -2$
b) $f(x) = 2$
c) $f(x) \leq 0$

4) Dresser le tableau de variation de *f* sur [-2,2]

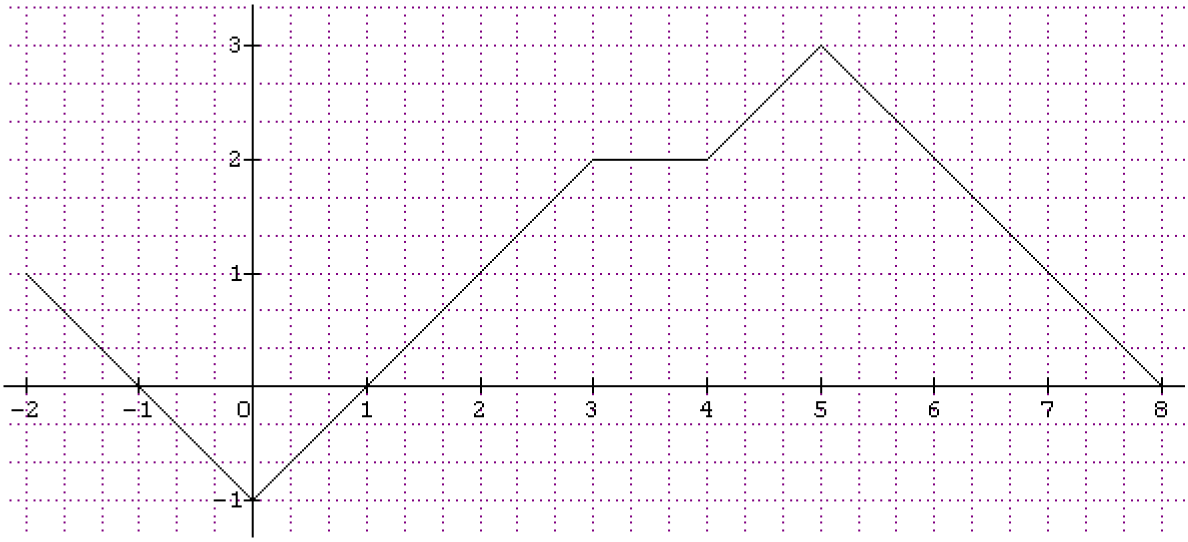
Exercice 3

Le plan est muni du repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle [-1;2] dont on donne la courbe représentative (*C*) ci-contre.



1) Utiliser ce graphique pour déterminer les images de -1; 0; 1 et 2.
2) Dans quel intervalle varie *f* (*x*) lorsque *x* varie dans [-1;2] ?
3) Résoudre graphiquement a) $f(x) = 0$
b) $f(x) < 0$
4) Dresser le tableau de variation de *f* sur [-1;2] et indiquer pour quelle valeur *f* admet un extremum (nature et valeur).
5) Construire dans le même repère la courbe C_g, représentative de la fonction *g* définie sur [-1;2] par : $g(x) = -x + \frac{1}{2}$.
6) Résoudre graphiquement a) $f(x) = g(x)$
b) $f(x) \geq g(x)$

Exercice 4



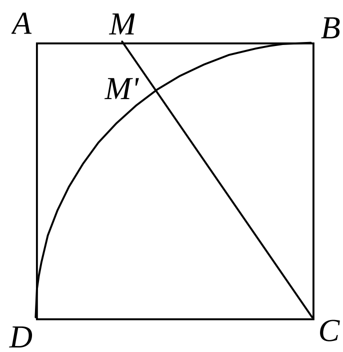
Dans le repère ci–dessus, on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $I = [\ -2\ ;\ 8\ ]$. Sans justifier vos réponses, utiliser les informations du dessin pour répondre aux questions suivantes :

1) Quel est le maximum de f sur I ?
2) Quel est le minimum de f sur I ?
3) Quelle est l'image de $\frac{4}{3}$?
4) Quels sont les antécédents de 1 ?
5) Sur quels intervalles f est-elle strictement croissante ?
6) Sur quels intervalles f est-elle strictement décroissante ?
7) Sur quels intervalles f est-elle constante ?
8) Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 0$?
9) Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 2$?
10) Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) < 0$?
11) Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) \geqslant 1$?
12) Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) \geqslant 2$?

Exercice 5

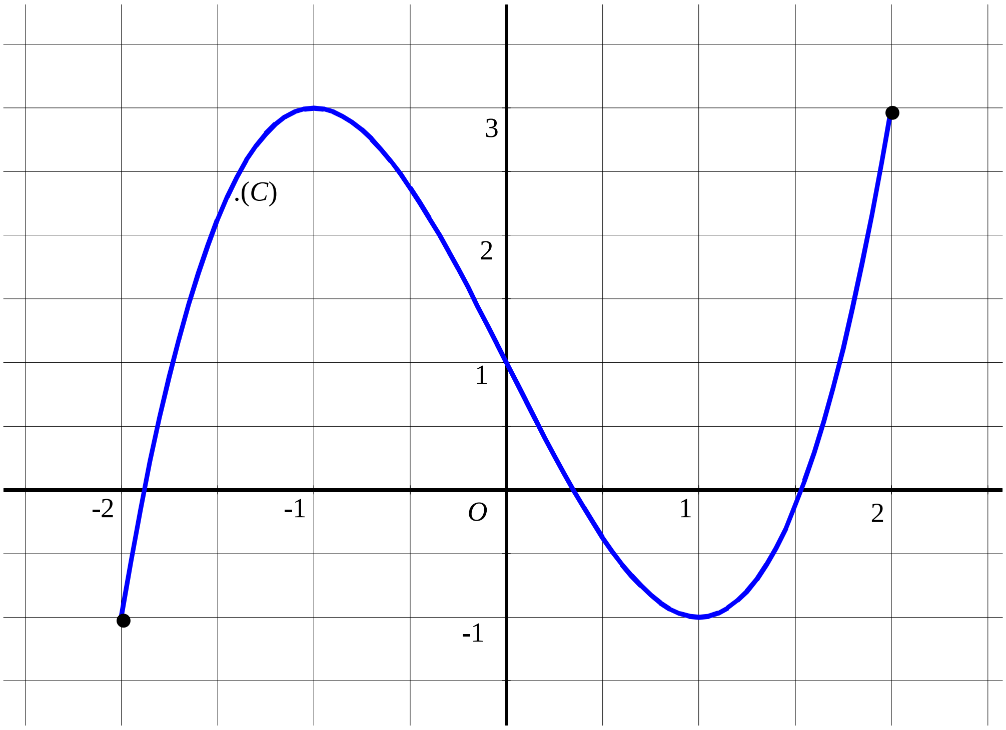
ABCD est un carré de côté 1. Le point M appartient au segment $[AB]$.
On pose $BM = x$. M' est le point d'intersection entre l'arc de cercle de centre C et de rayon 1 et le segment $[CM']$ comme sur la figure ci-contre.

1) A quel intervalle I appartient x ?
   On définit la fonction f sur I par $f(x) = MM'$.
2) Déterminer géométriquement le sens de variation de f sur I.
3) Quelle est la distance CM' ?
   En déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.



Exercice 6

La courbe ci-dessous est donnée dans un repère orthogonal et (C) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-2;2].



Partie A

1) A l'aide de la courbe (C) représentative de la fonction f, recopier et compléter le tableau de valeurs ci-après par lecture graphique :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

2) a) Donner, s'il(s) existe(nt) les antécédents de -4 et de 0.

b) Quels sont les nombres qui ont pour image 1, pour image 3 ?

Partie B

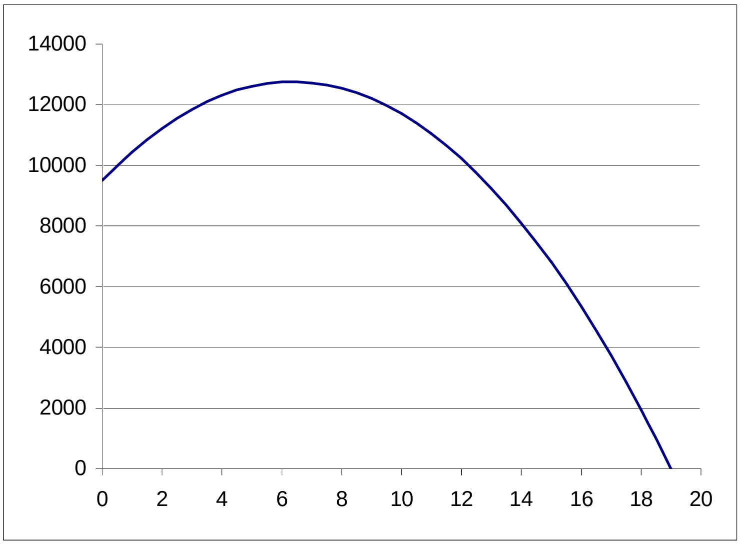
La courbe représentée par le graphique ci-dessus est celle de la fonction f définie sur l'intervalle [-2;2] par $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

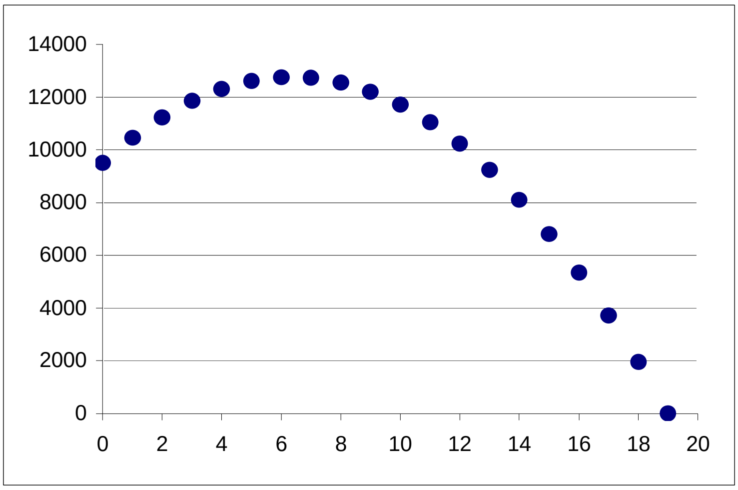
1) Déterminer par le calcul les images de -1 et de $\sqrt{2}$ par f.

2) Déterminer par le calcul les solutions de l'équation $f(x) = 1$ et retrouver un des résultats de la partie A.

Exercice 7

Le directeur d'un cirque sait que le nombre de spectateurs par séance est fonction du prix de la place ; il veut fixer ce prix à un nombre entier d'euros et s'assurer une recette maximale. Il sait qu'il reçoit en moyenne 500 spectateurs par séance lorsque le prix de la place est fixé à 19€. Mais à chaque fois qu'il baisse le prix de la place de 1€, il a 80 spectateurs de plus.





1) Lequel de ces deux graphiques représente le mieux la recette en fonction de la baisse de prix ?

2) Déterminer graphiquement de combien il doit baisser le prix pour avoir une recette maximale.

3) Soit n le nombre d'euros dont le prix baisse.

a) Quelles sont les valeurs que peut prendre n ?

b) Montrer que la recette est

$$(19 - n)\times(500 + 80\times n).$$

c) Déterminer à l'aide de la calculatrice le prix pour lequel la recette est maximale.