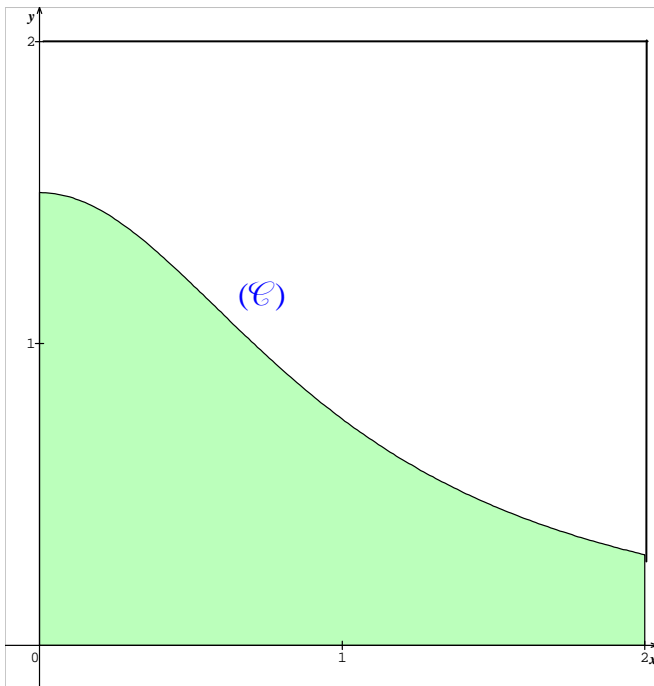


Hasard et calcul d'aire

Une cible de fléchettes de base carrée est découpée en deux zones par la courbe (\mathcal{C}).

Dans le repère ayant pour origine le point O du carré et pour unité graphique la moitié du côté, l'équation de (\mathcal{C}) est $y = f(x) = \frac{1,5}{1+x^2}$.



On ne peut pas calculer simplement l'aire de la partie grisée, sous la courbe (\mathcal{C}) mais nous allons déterminer une estimation de cette aire en calculant la proportion entre cette aire et celle du carré.

Ce rapport peut être approché par une loi uniforme dans le plan :

Dans le lancer de la fléchette, la détermination du point d'impact ne dépend que du hasard. Le tirage au sort du point de coordonnées $(x;y)$ se modélise par le couple $(Y_1;Y_2)$, chacune de ces variables étant uniforme sur le segment $[0;2]$. Comme la loi uniforme sur un segment se traduit par des rapports de longueurs de segments, la loi uniforme dans le plan se traduit par des rapports d'aires.

Simulation avec la calculatrice

On simule le lancer d'une fléchette à l'aide de la fonction rand de la calculatrice. Les coordonnées x et y du point d'impact de la fléchette sont Y_1 et Y_2 .

On suppose bien sûr qu'aucune fléchette ne rate sa cible...

- 1) Déterminer Y_1 et Y_2 à l'aide de la fonction rand de la calculatrice.
- 2) Exprimer en fonction de Y_1 et Y_2 les deux parties de la cible atteinte par la fléchette.
- 3) Créer un algorithme permettant de connaître le nombre d'impacts de 100 fléchettes lancées sur la cible. Déterminer alors la proportion des impacts de la zone grisée puis une estimation de son aire.
- 4) Traduire cet algorithme en un programme sur votre calculatrice permettant de simuler 100 lancers puis 1 000 lancers.
- 5) Modifier le programme précédent pour estimer la probabilité d'être sur la courbe (\mathcal{C}).
Ce résultat était-il prévisible ?