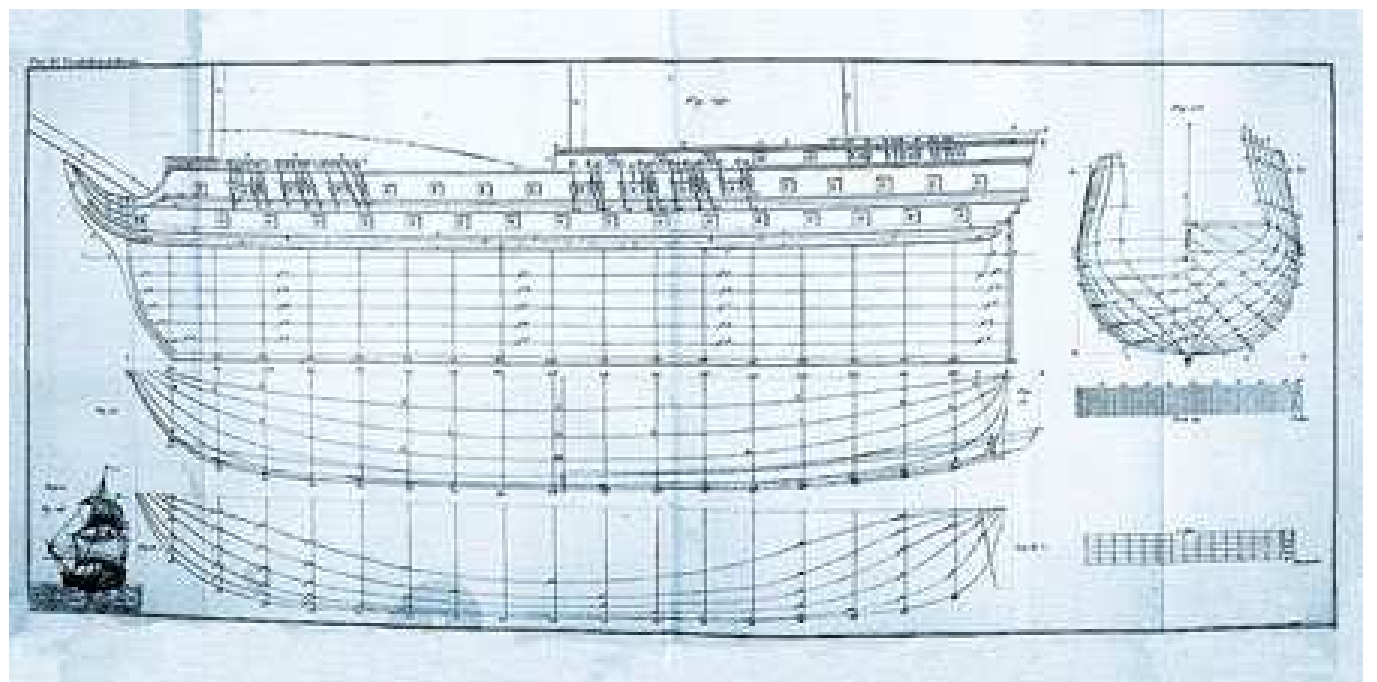
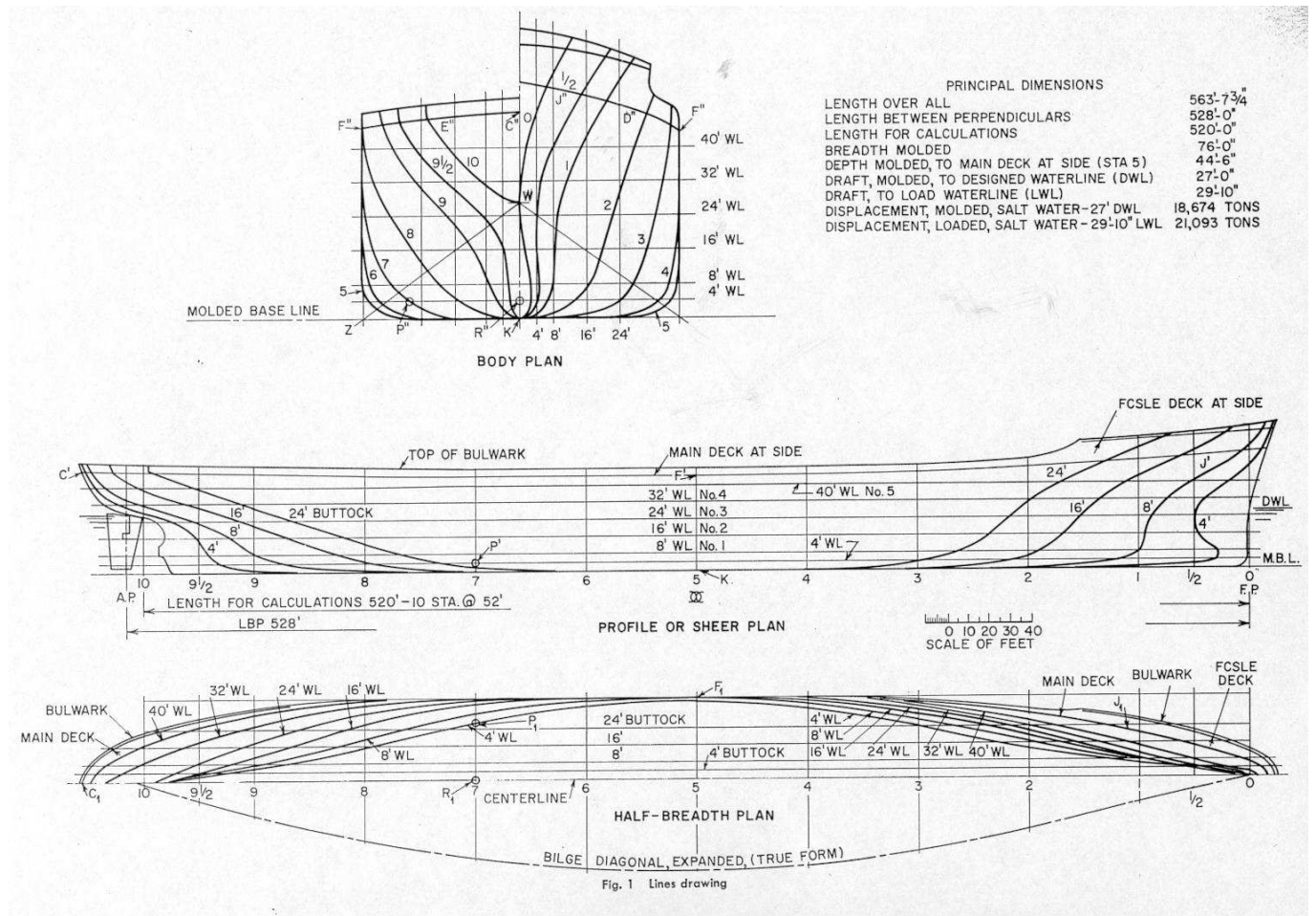


I. Représentation d'une carène d'un navire

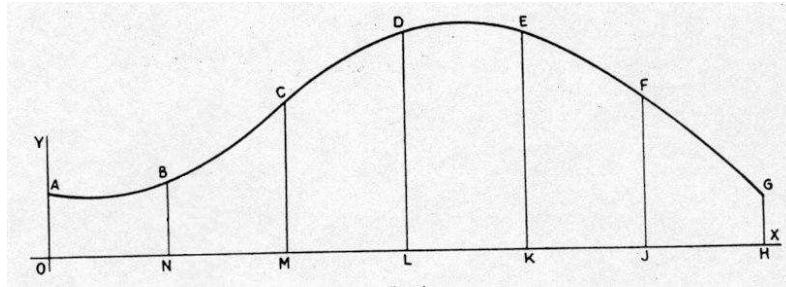
La forme de la coque d'un navire est le plus souvent représentée par des courbes de niveau comme sur l'exemple suivant qui est la représentation d'un bateau cargo. (La symétrie par rapport au plan longitudinal permet de ne faire qu'un croquis et connaître alors la forme de la carène.)



II. Calculs d'intégrales

Outre les calculs approchés : rectangle, trapèze, Simpson(s), Tchebytcheff, planimètre ou intégrateur (le planimètre polaire a été inventé en 1856 par le professeur Jacob Amsler en Suisse).

La règle des 5-8 ?



Notons A l'aire du domaine formé par $NBCM$.

$$A \approx \frac{NM}{12}(5NB + 8MC - LD) \quad \text{ou} \quad A \approx \frac{NM}{12}(5NB + 8MC - OA)$$

De plus, si la courbe décrite par $ABCD$ est parabolique, les deux approximations sont exactes.

Posons $a = ON = NM = ML$.

$$A = \int_a^{2a} \alpha x^2 + \beta x + \gamma \, dx = \left[\alpha \frac{x^3}{3} + \beta \frac{x^2}{2} + \gamma x \right]_a^{2a} = \frac{7\alpha a^3}{3} + \frac{3\beta a^2}{2} + a\gamma$$

et

$$\begin{aligned} \frac{NM}{12}(5NB + 8MC - LD) &= \frac{a}{12}(5(\alpha a^2 + \beta a + \gamma) + 8(4\alpha a^2 + 2\beta a + \gamma) - 9\alpha a^2 - 3\beta a - \gamma) \\ &= \frac{a}{12}(\alpha a^2(5 + 32 - 9) + \beta a(5 + 16 - 3) + 5\gamma + 8\gamma - \gamma) \\ &= \frac{7\alpha a^3}{3} + \frac{3\beta a^2}{2} + a\gamma \end{aligned}$$

De même pour l'autre formule.

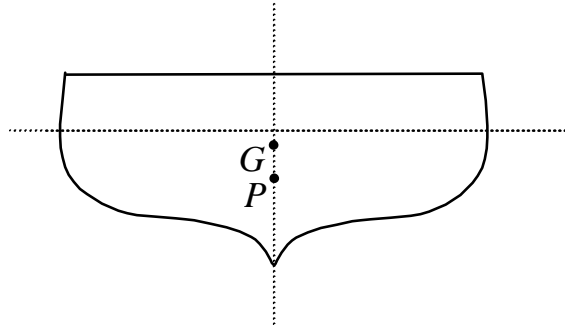
Dans la pratique, si la courbe $ABCD$ ou les courbes ABC ou BCD sont proches d'une courbe parabolique, les calculs approchés sont acceptables.

De même, pour obtenir le moment longitudinal de la courbe $NBCM$ et si la courbe BCD est proche d'une courbe parabolique, le moment de $NBCM$ autour de NB est proche de $\frac{NM^2}{24}(3NB + 10MC - LD)$ (règle du 3-10 ?)

II. Métacentre et conditions d'équilibre

A l'équilibre, les deux forces qui agissent sur le navire : le poids appliqué au centre de gravité et la poussée d'Archimède appliquée au centre de poussée sont égales. Cette poussée d'Archimède est égale au poids du volume d'eau déplacée.

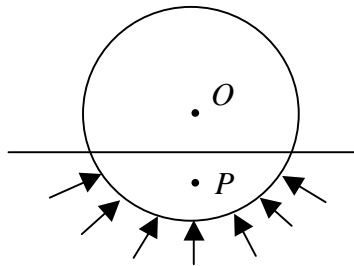
Notons G le centre de gravité d'une section de carène, P le centre de poussée qui est le centre de gravité de la partie immergée.



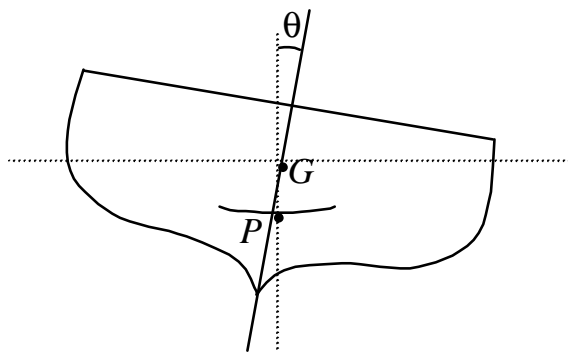
Remarque :

Le centre de poussée ne doit pas être considéré comme le point d'application de la poussée.

Ex : pour un flotteur sphérique, le centre de poussée est P mais le point d'application est, a priori, en O .



Comme la poussée d'Archimède est constante, l'aire de la partie immergée est constante, pour toute position d'équilibre du navire.

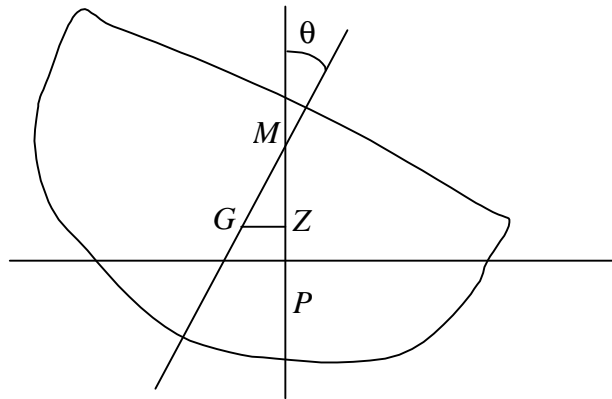


Suivant cet angle d'inclinaison θ du navire, le point P va décrire une courbe appelée courbe de poussée. Le navire sera en équilibre lorsque le point G sera sur la verticale passant par le point P (cette verticale est la normale à la courbe de poussée en P).

Mais comme pour un bâton que l'on tenterait de poser verticalement sur l'eau, si le centre de gravité est "trop haut", le moindre déséquilibre provoquerait la chute du bâton.

Le torseur des forces agissant sur le navire

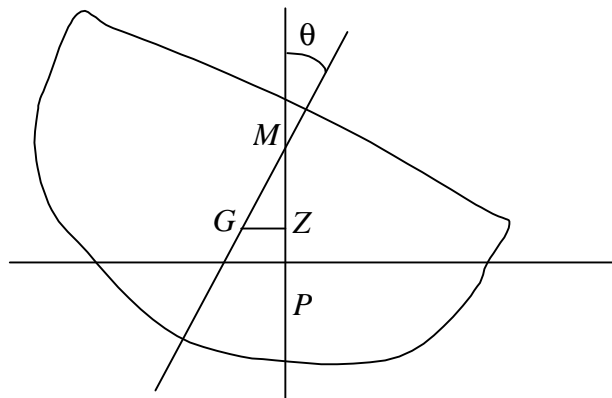
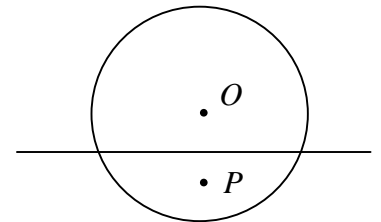
Dans la figure ci-dessous, l'intersection M de la verticale passant par le centre de carène P avec le plan longitudinal du navire s'appelle le point **métacentrique transversal relatif à l'inclinaison θ** .



Dès que le navire a une position autre que l'équilibre initial, les forces de pesanteur et d'Archimède génèrent un moment qui tend le navire à retourner à sa position d'équilibre. A partir d'une stabilité verticale d'un navire, on définit deux classes de moments hydrostatiques : les moments de redressement (ou positifs) c'est-à-dire permettant le redressement du navire et les moments de gîte (ou de bande, négatifs).

Un cas particulier : un solide de révolution.

Lorsque l'objet est tourné d'un angle quelconque à partir d'une position initiale, aucun moment n'est produit et le centre de carène est toujours au-dessous du centre de gravité (équilibre neutre).



La distance séparant le centre de gravité à la verticale contenant le centre de carène est le bras de redressement et se note généralement \overline{GZ} . La courbe de stabilité (voir plus loin) donne la distance \overline{GZ} en fonction de l'angle de gîte θ .

La verticale passant par le centre de carène rencontre l'axe du bateau en le point métacentrique. Ce point M peut-être considéré comme stationnaire pour de petits angles (moins de 7° et parfois 10°).

On a $\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \sin\theta$ et \overline{GM} devient important pour connaître, pour des angles petits la stabilité du navire ; \overline{GM} est appelé hauteur métacentrique.

Si $\overline{GZ} > 0$ ie lorsque le moment tend à redresser le navire alors $\overline{GM} > 0$ donc M est au-dessus de G .

Si $\overline{GZ} < 0$ ie lorsque le moment tend à retourner le navire alors $\overline{GM} < 0$ donc M est au-dessous de G .

Ceci explique pourquoi le centre de gravité G doit être au-dessous du métacentre M si l'on veut qu'il y ait stabilité selon l'ordre du redressement du couple. « Méta » ici, comme l'a voulu Bouguer, signifie la plus haute hauteur possible du centre de gravité du navire.

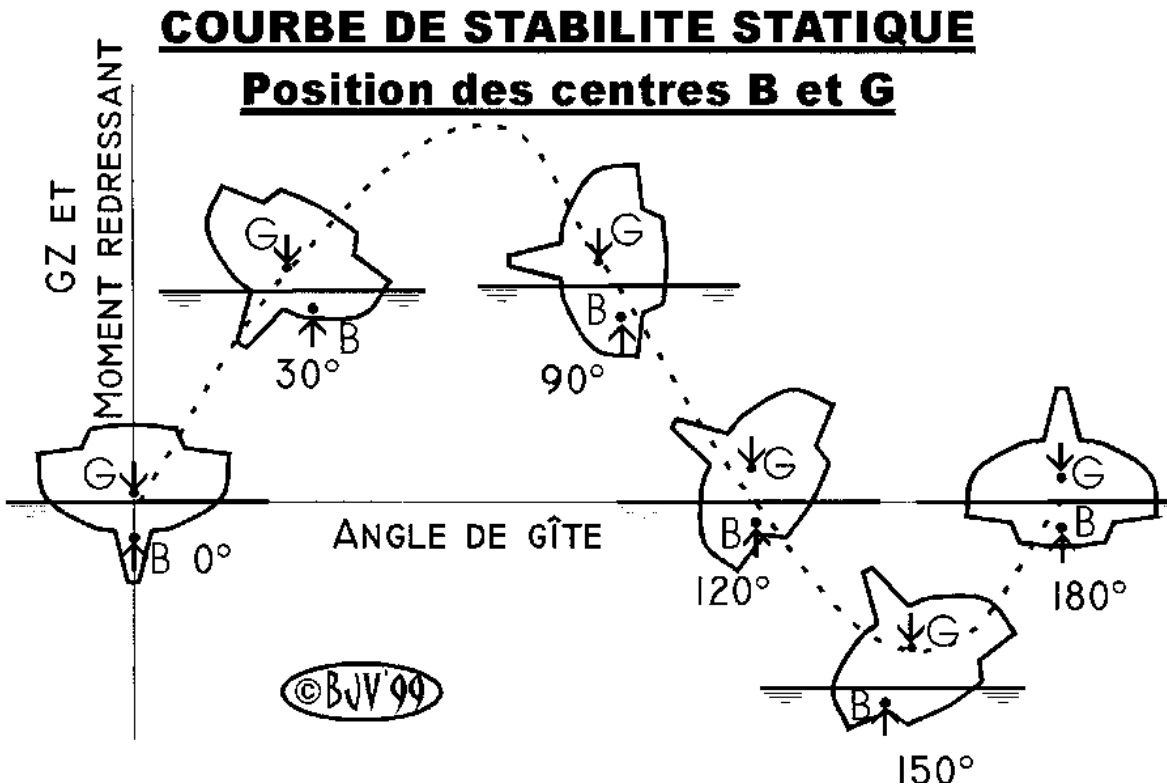
1) Les centres

Le centre de gravité G est le point d'application du poids (=déplacement vers le bas) du bateau.

Le centre de carène B est le point d'application de la flottabilité (= déplacement vers le haut) du bateau.

Pour la plupart des yachts, même les voiliers quillards, G est au-dessus de B. On a donc un équilibre instable. Le", bateau reste droit parce que dès qu'une force extérieure l'incline, la forme du volume immergé change et le centre de carène se déplace. Il se crée un couple entre le poids et la flottabilité appelé moment redressant. Ce moment est égal au produit du poids du bateau par la distance entre les axes d'application des deux forces (GZ ou bras redressant)

2.) La courbe



Pour un déplacement donné, l'architecte a calculé pour une série de gîtes de 0° à 180° la position de B et le bras redressant. Sur la figure, on voit que plus le bateau s'incline, plus B s'écarte de la verticale de G. Notez que la tangente à la courbe au point d'origine est une représentation de la stabilité initiale du bateau : plus la pente est raide, plus le bateau est stable en position droite, ce qui n'est pas forcément une qualité.

L'écart est maximum aux environs de 70°, c'est l'angle de stabilité maximale. Il faut noter que si la force qui incline le bateau est plus grande que le moment redressant à ce point, le bateau chavirera immédiatement. Bien souvent toutefois, cette force est le vent dans les voiles et diminue au fur et à mesure que le bateau se couche.

Plus on incline le bateau au-delà de 70°, plus la distance GZ diminue jusqu'à un point où B est de nouveau exactement aligné avec G à 120° dans ce cas (angle de stabilité indifférente = point de chavirement). Le bateau est en équilibre instable. Le moindre mouvement peut soit amorcer un redressement, soit causer un chavirage complet. En effet, à 121°, B est passé de l'autre côté de G et le moment entre les deux contribue maintenant au chavirement (voir 150°). A 180°, le bateau est stable à l'envers.

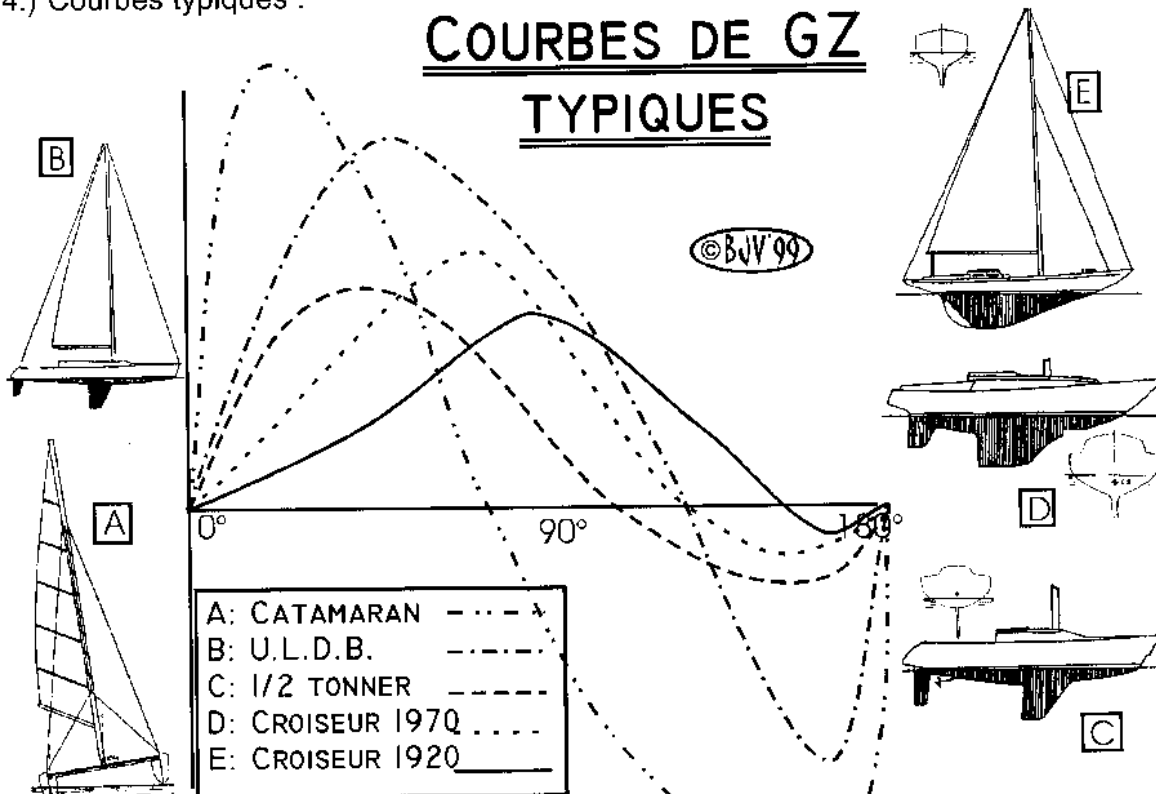
3.) Interprétation de la courbe

Sans entrer dans les détails théoriques, quels sont les points à considérer ?

- Le point de chavirement doit être le plus loin possible.
- Le bras redressant à l'angle de stabilité maximale doit être le plus grand possible.
- La surface sous la courbe doit être la plus grande possible, en stabilité positive et la plus petite possible en stabilité négative. Il est peut être utile de développer ce point: La surface sous la courbe est l'intégrale du moment redressant, c'est le travail nécessaire pour incliner le navire jusqu'au point de chavirement. Autant ce travail doit être grand pour le bateau droit, autant il est utile qu'il soit le plus petit possible pour le bateau chaviré. Il faudra en effet une vague assez forte pour fournir ce travail et ainsi redresser le bateau."

4) Courbes typiques

4.1) Courbes typiques .



- Catamaran : Dès que la coque au vent quitte l'eau, le centre de carène est dans la coque sous le vent et bouge relativement peu, le moment est alors déjà au maximum. Plus le bateau se lève, plus le moment diminue, et il devient négatif avant que le pont soit vertical à cause du poids du mât. L'angle de chavirement est donc inférieur à 90°
- ULDB : Ces bateaux très larges et de carène peu profonde ont une grande stabilité initiale de forme. Leur point de stabilité maximale est toutefois souvent assez bas et ils ne doivent un point de chavirement acceptable qu'au poids de leur bulbe et à la longueur de leur quille. Malheureusement, une fois chavirés, leur grande largeur les rend assez stables également. On voit que la courbe descend beaucoup plus bas que celle des trois autres quillards.
- Half tonner. Beaucoup de voiliers de course des années 1960 à 1980 ont été dessinés en fonction d'une jauge qui favorisait des formes extrêmes. Les architectes ont créé des bateaux qui manquent de certaines qualités. Dans l'exemple présent, on voit une bonne stabilité initiale et un bon bras de stabilité maximum, mais celui ci est à un faible angle de gîte (environ 40°). On voit un point de chavirement inférieur à 120° et une assez grande aire de stabilité inversée.'

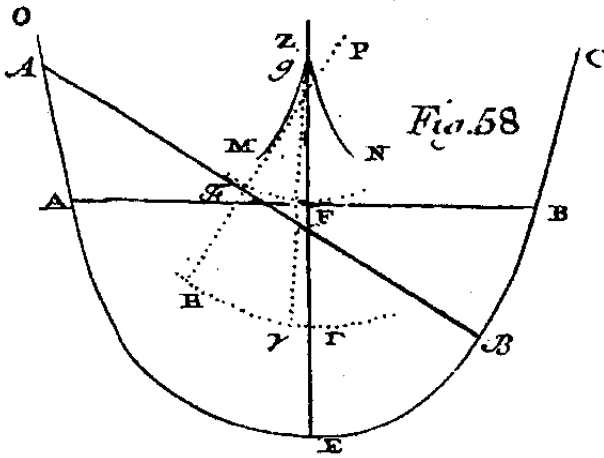
- d. Croiseur 1970. On voit que ce bateau a tous les avantages sur le half tonner, à l'exception de sa stabilité initiale. Il gîtera donc plus vite sous l'influence d'un vent relativement faible, mais il faudra un vent beaucoup plus fort pour le coucher, une vague beaucoup plus forte pour le chavirer et une autre beaucoup plus faible pour le redresser. Bien sur tout cela se fait au prix d'une vitesse de coque plus faible accompagnée d'un déplacement et d'une inertie plus grande à taille égale. La meilleure jauge pour la sécurité en mer est celle qui favorise ce type de construction, mais cela freine la recherche technologique et l'innovation
- e. Croiseur 1920. On voit ici le même raisonnement poussé à l'extrême. Très faible stabilité initiale donnant des bateaux extrêmement gîtards que le vent n'a aucune peine à amener presque mât dans l'eau. A ce point toutefois, ce bateau est à son couple maximum et il faudra encore fournir un travail considérable pour le retourner. Une fois retourné, le moindre clapot suffit à le redresser tant il est instable. Cela est dû à des caractéristiques généralement indésirables pour un croiseur moderne : faible largeur, faible franc-bord, quille très profonde et rapport de ballast proche de 50%.

De plus en plus de constructeurs fournissent les courbes de stabilité de leurs bateaux, et les revues nautiques les publient souvent. Un bon exercice consiste à comparer ces courbes et voir comment le rapport de ballast ou la présence d'un salon de pont affecte la stabilité du yacht dans toutes les positions.

Et surtout, il ne faut pas oublier que ces théories ne sont valables que si votre bateau ne se remplit pas une fois retourné, d'où l'intérêt de rester inversé le moins longtemps possible.

III. La courbe métacentrique

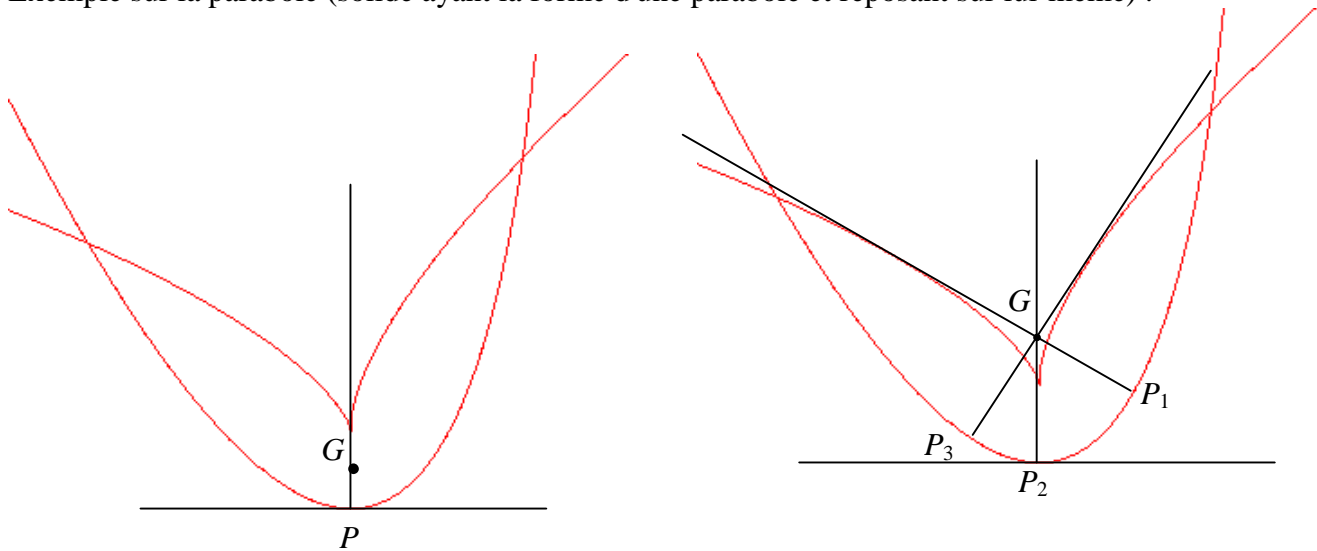
L'ensemble des centres de courbure M (dépendant d'un temps t ou de l'inclinaison θ) de la courbe de poussée décrit la courbe métacentrique. (M est le centre de rotation instantané du flotteur)



"La courbe métacentrique MGN est construite à partir de la courbe (en pointillés) des centres de carène, et d'ailleurs de la courbe également en pointillés du point horizontal F (qui correspond à la variation de la ligne de flottaison)." Cette figure provient de Bouguer.

"Le centre de carène est successivement en Γ , γ (bougé infiniment petit) ou H (bougé fini) ; la direction de verticalité est successivement ΓZ , γz , HP ; les métacentres sont sur une courbe MGN et "la poussée de l'eau agit toujours selon les perpendiculaires à la courbe qui est le lieu géométrique des centres de gravité dans lesquels elle se réunit""

Exemple sur la parabole (solide ayant la forme d'une parabole et reposant sur lui-même) :

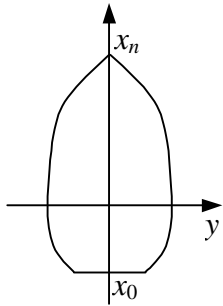


Si le centre de gravité G du solide est en dessous de la courbe métacentrique (ou développée), une seule normale passe par G et il existe une seule position d'équilibre pour le solide. Si G est au-dessus, il est sur trois normales et l'équilibre est instable.

IV. Formule de Bouguer :

Si $r(M)$ est le rayon métacentrique, $r(M) = \frac{I}{V}$

où I est le moment d'inertie de la surface de flottaison inclinée par rapport à l'axe d'inclinaison correspondant et V le volume immergé.



Bouguer, dans son *Traité du Navire, de sa construction et de ses mouvements*, donne la formule qui, sur une verticale fournit la distance du métacentre M au centre de gravité du navire $MG = \frac{2}{3p} \int_{x_0}^{x_n} y^3 dx$ où p est le volume de la partie immergée.

La figure ci-contre étant une coupe suivant la ligne de flottaison et les axes sont portés sur les plus grandes largeurs et longueurs.

