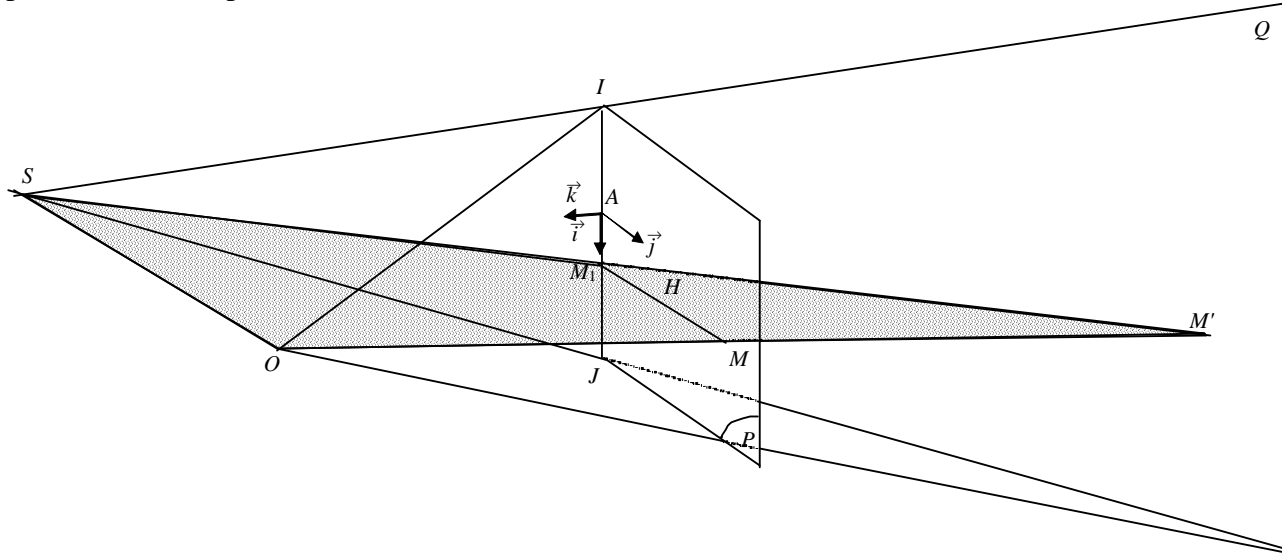


L'anamorphose étudiée analytiquement

Un plan (P) est muni d'un repère orthonormal direct $(A; \vec{i}, \vec{j})$. Le plan (Q) est sécant à (P) sur la droite $(A; \vec{i})$. On construit sur (Q) le repère orthonormal direct $(A; \vec{i}, \vec{k})$. L'espace est ainsi muni d'un repère $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

O est un point de l'espace ne se trouvant ni sur (P) , ni sur (Q) et S sa projection sur le plan (Q) parallèlement au plan (P) . Ainsi $(SO) \parallel (A; \vec{i})$.



Soit M un point du plan (P) et M_1 sa projection orthogonale sur la droite $(A; \vec{i})$. M' , lorsque ce point existe, est le point de (Q) situé sur (OM) .

On cherche à déterminer les coordonnées de M' , lorsque ce point existe, en fonction des coordonnées de M .

1) ABC est un triangle quelconque, $B' \in (AB)$ et $C' \in (AC)$ tels que $(B'C') \parallel (BC)$.

Déterminer $\frac{B'B}{B'A}$ en fonction de $B'C'$ et BC .

2) On pose $M(x, y, z)$ et $M'(X, Y, Z)$ dans le repère $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

a) Quels sont les points M de l'espace qui ne permettent pas de construire un point M' ?

Que peut-on dire sur z et Y ?

b) Déterminer les coordonnées de M_1 en fonction de celles de M .

En utilisant la colinéarité des vecteurs \vec{SM}_1 et \vec{SM}' et le a), exprimer X , Y et Z en fonction de x , y et z .

c) Présenter alors la perspective anamorphose comme la présentation d'une application p du plan dans le plan sous sa forme analytique, c'est-à-dire par les coordonnées du point image en fonction des coordonnées du point initial.

Quels sont les points M qui n'ont pas d'image par cette application ?

Retrouver l'un des résultats du 2) a).

d) Déterminer l'application réciproque de p en exprimant les coordonnées x , y et z de M en fonction de celles de M' : X , Y et Z .

3) On considère désormais pour la suite de ce devoir $AS = 10$ et $OS = 6$.

a) Présenter dans ce cas l'application p et sa réciproque comme dans les 2) b) et 2) c).

b) Donner la forme d'une équation de droite dans le plan.

Déterminer l'image par p d'une droite. Est-ce une droite ?

c) Construire dans un repère orthonormé les initiales de votre prénom et de votre nom en choisissant des points à coordonnées entières reliés par des segments. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, construire son image perspective par p .