

L'urne au contenu caché

Antoine propose un jeu à ses copains : "J'ai placé neuf boules dans une urne dont les parois sont opaques. Ces neuf boules ne diffèrent que par la couleur : elles sont soit rouges, soit noires. Qui peut trouver la composition de mon urne ?"

- "Tu veux dire qu'il faut trouver, par exemple, le nombre de boules rouges ?" commente Nicolas.
- "Exactement !" confirme Antoine.
- "Tu nous laisses, bien sûr, tirer des boules dans ton urne !" précise alors Sophie, intriguée.
- "Je vous autorise à effectuer le tirage, au hasard, d'une boule dans mon urne. Vous devez remettre ensuite cette boule à sa place" répond Antoine.
- "Et tu nous permets d'effectuer combien de tirages de cette sorte ?" intervient alors Alexis.
- "Autant que vous voudrez !" répond Antoine sans hésitation.
- "Alors d'accord !" répondent les copains.

- 1) Quelles sont les seules répartitions possibles de boules rouges et de boules noires dans l'urne d'Antoine ?
Quelles sont alors les proportions de boules rouges possibles ?

Laure a effectué 32 tirages dans l'urne d'Antoine. Elle est un peu perplexe parce qu'elle a obtenu 16 fois une boule rouge.

"C'est curieux ce que j'ai obtenu ! Antoine ne peut avoir mis autant de boules rouges que de boules noires dans son urne !" pense-t-elle.

Calculer la fréquence d'apparition d'une boule rouge dans l'échantillon de Laure.

Expliquer une raison pour laquelle Laure a obtenu autant de boules rouges que de boules noires.

- 2) Alexis et Sophie ont également effectué chacun 32 tirages. Alexis a obtenu 13 fois une boule rouge et Sophie a obtenu 17 fois une boule rouge.

Quelle fréquence d'apparition d'une boule rouge Alexis et Sophie ont-ils observée sur leurs échantillons respectifs ?

Pourquoi les résultats ne sont pas identiques entre les trois échantillons ?

Laure, Alexis et Sophie auraient-ils eu beaucoup de chances d'obtenir ces résultats si Antoine avait mis dans son urne une boule rouge et huit boules noires ? Pourquoi ?

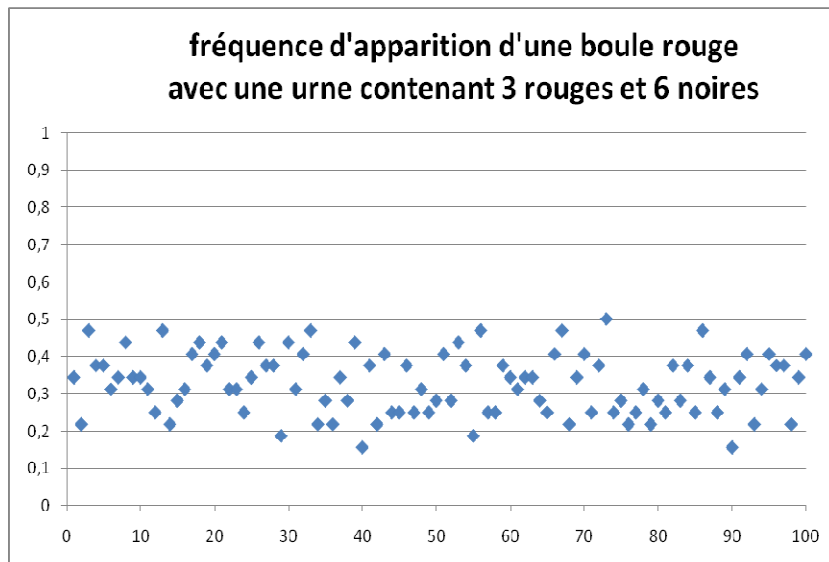
- 3) Effectuer une supposition sur la répartition des boules rouges et des boules noires dans l'urne.
A l'aide du tableur, simuler trente-deux tirages dans une urne dont la composition est conforme à votre supposition. Expliquer votre méthode.
Notez la fréquence d'apparition d'une boule rouge lors de votre échantillon.
Répétez cette expérience de façon à obtenir 10 échantillons de 32 tirages.

Confrontez les résultats obtenus par votre échantillon aux tirages de Laure, Alexis et Sophie.

4) Leur professeur leur fournit des graphiques qu'il a obtenus après avoir effectué des simulations avec son ordinateur.

Sophie observe le premier graphique et dit :

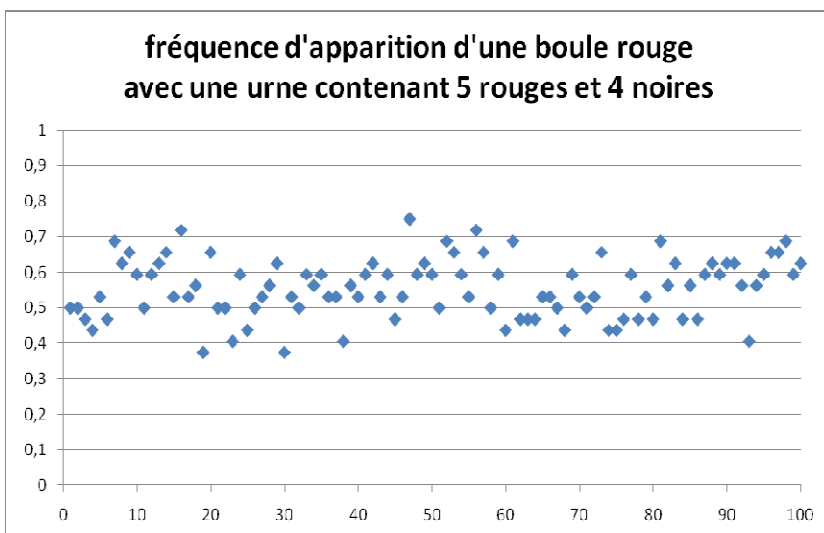
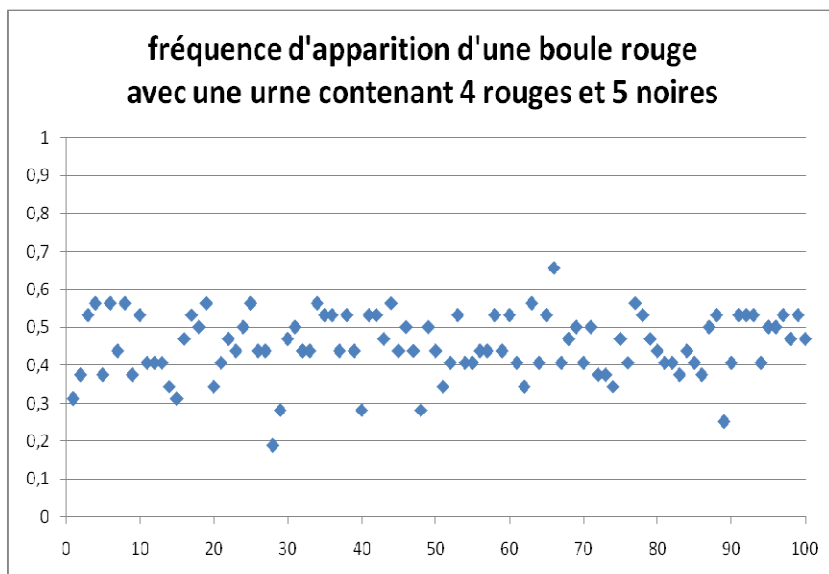
"Si Antoine avait mis trois boules rouges dans l'urne, nous aurions dû observer sur nos échantillons une fréquence d'apparition d'une boule rouge comprise entre 0,15 et 0,50. Ce n'est pas ce que j'ai observé sur mon échantillon, donc il n'est pas possible qu'Antoine ait mis trois boules rouges dans l'urne."



D'où viennent les nombres 0,15 et 0,50 mentionnés par Sophie ?

Peut-on être aussi catégorique que Sophie ? Expliquer votre raisonnement, en utilisant éventuellement vos simulations du 3).

Observez les deux autres graphiques ci-dessous et conduisez le même raisonnement. A quelle conclusion aboutissez-vous ?



5) Quelle stratégie utiliseriez-vous pour tenter d'affiner votre réponse au problème du jeu d'Antoine ?