Exercice 1

On lance un dé numéroté de 1 à 6, bien équilibré, et on note le chiffre qui apparaît sur la face supérieure. Si on répète ce lancer 200 fois, on obtient un échantillon A de taille 200 dont les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous, appelé distribution des effectifs :

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Effectifs	34	28	38	34	36	30

Un autre échantillon B de taille 200 est également donné :

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Effectifs	30	32	32	34	38	36

Construire les tableaux de distribution des fréquences des deux échantillons.
Bien que ce soit le même dé qui soit lancé 200 fois, expliquer pourquoi les deux distributions ne sont pas identiques.

Excercise 1

(A)

(total d'effectifs = 200)

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Distribution	0,17	0,14	0,19	0,17	0,18	0,15

(B)

chiffre	1	2	3	4	5	6
distribution	0,15	0,16	0,16	0,17	0,19	0,18

les deux distributions ne sont pas identique parce que chaque fois que on lance le dé, le chiffre qui apparait est à l'hazard, est donc, les effectifs vont pas être le même ~~toujours~~

Les deux distributions ne sont pas identiques parce que le résultat est fortuit, et donc les effectifs vont (presque) toujours varier.

A)

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Frequences	$\frac{34}{200} \simeq 0,17$	$\frac{28}{200} \simeq 0,14$	$\frac{38}{200} \simeq 0,19$	$\frac{34}{200} \simeq 0,17$	$\frac{36}{200} \simeq 0,18$	$\frac{30}{200} \simeq 0,15$

B)

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Frequences	$\frac{30}{200} \simeq 0,15$	$\frac{32}{200} \simeq 0,16$	$\frac{32}{200} \simeq 0,16$	$\frac{34}{200} \simeq 0,17$	$\frac{38}{200} \simeq 0,19$	$\frac{36}{200} \simeq 0,18$

Les deux distributions ne sont pas les mêmes car dans 200 lancer de dé nous avons qu'une seule chance ($1/6$) de tomber sur le n° choisi

Pour ces deux échantillons, les deux distributions ne sont pas identiques car les lancés d'un dé ne sont que du hasard.

Les deux distributions ne sont pas identiques car le taux de probabilité d'avoir deux mêmes échantillons est faible.

Exercice 2
En utilisant la fonction random de leur calculatrice, 5 élèves ont simulé chacun 100 lancers d'un dé bien équilibré, numéroté de 1 à 6. Ils ont noté, chacun, le nombre d'apparitions de la face 6 :

11 ; 15 ; 18; 21 ; 17.

Ils ont ensuite lancé chacun 1 000 fois le dé et ont à nouveau noté le nombre d'apparitions de la face 6 :

154 ; 186 ; 163 ; 174 ; 170.

Pour les 5 échantillons de 100 lancers, donner le minimum, le maximum puis l'étendue des fréquences d'apparition du nombre 6 puis faites de même avec les 5 échantillons de 1 000 lancers.

"ON NE MET QUE DES DIFFERENTS ENTRE EUX ?"

Que constatez-vous ?
Expliquer la nature des résultats obtenus.

$\frac{21}{100} - \frac{11}{100} = \frac{10}{100} = 0,1$ $\qquad \frac{186}{1000} - \frac{154}{1000} = \frac{32}{1000} = 0,032$

Étendu des fréquences d'apparition

→ On constate que l'étendue des fréquences d'apparition et plus grand pour 100 lancers que pour 1000 lancers.

→ On peut expliquer ce phénomène parce que quand il y a 100 lancers on remarquera que le pourcentage de 6 peut varier beaucoup plus que s'il y a 1000 lancers.

Les résultats dans les deux distributions sont presque égaux, parce que c'est la probabilité pour avoir un certain résultat les deux distributions ne sont pas identiques parce qu'on ne peut pas savoir en avance le résultat des dés.

Exercice 3

On s'intéresse à la somme obtenue par le lancer de deux dés à 4 faces.

1) Simuler, à l'aide du tableur, une liste de 80 sommes obtenues par les lancers de ces deux dés.

2) Trier la liste (vous effectuerez tout d'abord un *copier* de ces données puis un *collage spécial* dans une autre colonne ou une autre feuille pour ne conserver que les valeurs afin qu'elles ne soient pas recalculées par la manipulation de tri).

3) D'après ce tirage, peut-on dire que toutes les sommes de 2 à 8 ont des fréquences proches ? Expliquer votre démarche.

4) Recommencer deux autres simulations et confirmer ou non le raisonnement établi au 3).

3. On peut dire que les sommes de 2 à 8 sont des fréquences proches car, le tirage étant aléatoire les sommes sont relativement variées et donc assez proches.

4. On peut toujours dire que les fréquences sont proches, les 2 autres simulations confirment l'idée issue de la première.

Exercice 4

Vous recevez souvent chez vous des mini-catalogues publicitaires envoyés par les grandes chaînes de distribution. On recense les prix et on s'intéresse aux fréquences du chiffre non nul le plus à gauche (appelé le premier chiffre significatif).

1) Relever les prix de 100 articles choisis au hasard et calculer les fréquences du premier chiffre significatif.

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fréquence									

2) En 1938, le physicien Franck Benford a donné une table des fréquences théoriques d'apparition du premier chiffre significatif (noté ici *s*) de certaines séries.

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fréquence	0,301	0,176	0,124	0,097	0,079	0,068	0,057	0,053	0,045

Comparer vos résultats à ceux donnés par Benford.

1.

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fréq.	$\frac{35}{100}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{12}{100}$	$\frac{13}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{5}{100}$

2. Les résultats de Benford sont beaucoup plus précis et moins approximatifs du fait qu'il ait relevé 1000 articles.

3) Un comptable étudie les chiffres d'une très grande entreprise et trouve une distribution des fréquences différente de celle de la loi de Benford. Il se demande si la service de contrôle des comptes de cette entreprise va remarquer si ces données ne sont pas conformes à une répartition "normale" et donc suspecter une manipulation des chiffres. Pouvez-vous rassurer le comptable ou bien lui conseiller de vérifier précisément les comptes de cette entreprise ? Détailler votre argumentation.

3) Nous pouvons rassurer le comptable car c'est normale que la fréquence des chiffres significatif de cette grande entreprise ne soit pas les mêmes que la loi de Benford car le premier chiffres significatifs ne veut rien dire pour comparer une série de chiffres, il faudrait plutot utiliser la moyenne car celle-ci généraliserait mieux tout les prix de la série. Pour prouver cela, nous pouvons regarder dans les 9 séries de 100 prix relever, en comparant seulement la fréquence des premiers chiffres significatifs, on voit bien qu'il n'y a pas une seul fréquence relevée égal à la loi de Benford.

3) Comme la fréquence dépend de l'effectif divisé par le total le comptable devrait en trouver une relativement proche de celle trouvée par Benford.
Il devrait donc vérifier les comptes de son entreprise.

Sources modifiées

Page 1
exercice 1 : modulo math 2004 chez Didier, seconde, 2004.
exercice 2 : modulo math 2004 chez Didier, seconde, 2004.
exercice 3 : declic mathématiques seconde, hachette, 2004.
exercice 4 : IREM de Grenoble, Yves Launay, Muriel Salvatori