Résolution d'équations par essais successifs
en utilisant un tableur

Niveau: 3ème

Prérequis:
- en mathématiques : propriété de Thalès, proportionnalité, résolution d'équations.
- en informatique : aucune connaissance sur les tableurs n'est nécessaire.

Objectifs:
- déterminer une valeur approchée de la (ou des) solution(s) d'équations par essais successifs. mettre en évidence l'utilité du tableur dans la rapidité des calculs par rapport à la calculatrice.

Préparation:
Sur la feuille de calcul du tableur, le professeur a préparé la (ou les) formule(s) de calcul en fonction des données, sur une zone relativement importante.

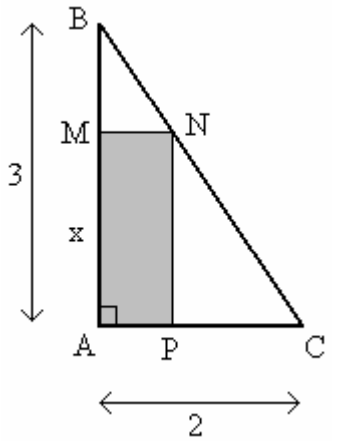
Conditions de déroulement :
groupe de 12 élèves (1/2 classe) en salle informatique de 10 ordinateurs pendant une heure de quinzaine dite de "méthodologie et vie scolaire" ; l'autre groupe de la classe étant au CDI en travail libre. En fait, la séquence a débordé et s'est déroulée sur 1,5 h.

Déroulement (juin 1996) :
Les élèves se sont répartis devant les ordinateurs à leur convenance, seuls ou à deux.
Pour chacune des 3 activités proposées, l'élève dispose d'une fiche qui le guide dans la résolution du problème posé (mise en équation et essais de résolution) et dans l'utilisation du tableur, et lui permet de noter ses conclusions.
Après le travail sur "papier" et devant l'impossibilité de résoudre l'équation, l'élève utilise l'ordinateur comme outil de calcul.
Sur la feuille de calcul électronique préparée par le professeur, l'élève ne remplit que deux cellules : la valeur de départ et le pas de variation des données.

Les difficultés rencontrées par les élèves ont été au départ
- la lecture des résultats donnés par le tableur,
- le choix judicieux des deux quantités notamment le pas de variation afin de trouver une valeur approchée précise.

Après cette phase d'accoutumance au tableur (plus ou moins longue suivant les élèves), ceux-ci ont pris goût à l'utilisation de cet outil rapide et nouveau pour la quasi-totalité des élèves.
Le tiers du groupe a terminé les 3 activités.

Résolution d'une équation par essais successifs



Problème:

Dans un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3 et AC = 2, on place un point M sur le segment [AB] tel que AM = x
N est la projection de M sur (BC) parallèlement à (AC)
P est la projection de N sur (AC) parallèlement à (AB)
On veut trouver *la valeur (ou les valeurs) de x telle que le rectangle AMNP ait pour aire 1*.

1) En utilisant la propriété de Thalès déterminer la longueur MN en fonction de x:

2) Exprimer l'aire du rectangle AMNP en fonction de x:

3) Ecrire l'équation traduisant l'énoncé:

4) Essayer de résoudre cette équation:

5) Devant l'impossibilité de résoudre cette équation, on va prendre des valeurs successives de x (entre 0 et 3) et calculer ainsi chaque fois l'aire correspondante. On va ainsi trouver une valeur approchée de la (ou des) solution(s). Pour éviter des calculs fastidieux, même avec la calculatrice, on va utiliser un tableur (feuille de calculs électronique) sur un ordinateur.

6) Conclusion :

Présentation initiale de votre feuille de calcul (elle peut être fournie aux élèves)

L'élève ne saisit que deux données
Nombre de départ
Pas de variation

Aire du rectangle AMNP en fonction de x

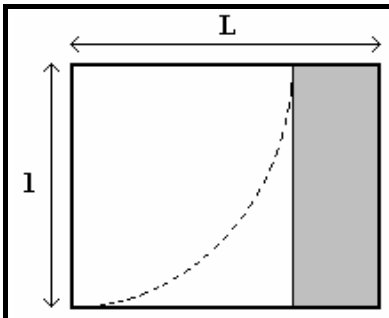
Nombre de départ:	**0**
Pas de variation:	

x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Aire	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Aire	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Aire	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Formules de calcul de la feuille

	A	B	C	D
1				
2			**Aire du rectangle AMN**	
3				
4	**Nombre de départ:**			**0**
5	**Pas de variation:**			
6				
7	**x**	=$D$4	=B7+$D$5	=C7+$D$5
8	**Aire**	=-2/3*B7^2+2*B7	=-2/3*C7^2+2*C7	=-2/3*D7^2+2*D7
9				
10	**x**	=$K$7+$D$5	=B10+$D$5	=C10+$D$5
11	**Aire**	=-2/3*B10^2+2*B10	=-2/3*C10^2+2*C10	=-2/3*D10^2+2*D10
12				
13				
14	**x**	=$K$10+$D$5	=B14+$D$5	=C14+$D$5
15	**Aire**	=-2/3*B14^2+2*B14	=-2/3*C14^2+2*C14	=-2/3*D14^2+2*D14

• Résolution d'une équation par essais successifs



<u>Problème : Nombre d'or</u>

Le nombre d'or est la longueur L d'un rectangle de largeur 1 tel que , si on reporte sa largeur sur sa longueur, on obtient un nouveau rectangle dont les dimensions sont proportionnelles à celles du rectangle initial

On veut trouver *<u>une valeur approchée de ce nombre d'or L</u>*

1) Compléter:

	Longueur	Largeur
Ancien rectangle		
Nouveau rectangle		

Ecrire une équation traduisant la proportionnalité des dimensions du nouveau et de l'ancien rectangles.

2) Essayer de résoudre cette équation.

3) Devant l'impossibilité de résoudre cette équation, l'écrire avec le deuxième membre nul. On va prendre des valeurs successives de L (supérieures à 0) et calculer ainsi chaque fois la valeur du premier membre de l'équation. On va ainsi trouver une valeur approchée de L. Pour éviter des calculs fastidieux, même avec la calculatrice, on va utiliser un tableur (feuille de calculs électronique) sur un ordinateur.

4) Conclusion :

Présentation initiale de la feuille de calcul

L'élève ne saisit que deux données
Nombre de départ
Pas de variation

Nombre d'Or

Nombre de départ:	
Pas de variation:	

L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1er mbre	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000

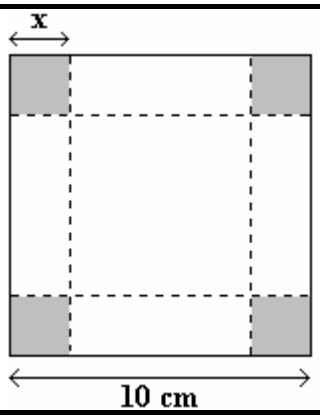
L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1er mbre	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000

L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1er mbre	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000	-1,0000

Formules de calcul de la feuille

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4	**Nombre de départ:**			
5	**Pas de variation:**			
6				
7	**L**	=$D$4	=B7+$D$5	=C7+$D$5
8	**1er mbre**	=B7^2-B7-1	=C7^2-C7-1	=D7^2-D7-1
9				
10	**L**	=$K$7+$D$5	=B10+$D$5	=C10+$D$5
11	**1er mbre**	=B10^2-B10-1	=C10^2-C10-1	=D10^2-D10-1
12				
13				
14	**L**	=$K$10+$D$5	=B14+$D$5	=C14+$D$5
15	**1er mbre**	=B14^2-B14-1	=C14^2-C14-1	=D14^2-D14-1

Résolution d'un problème par essais successifs



Problème:

Dans une feuille de carton carrée de 10 cm de côté, on découpe aux quatre coins quatre carrés de côté x de telle façon qu'en relevant les quatre bords restants, on obtienne une boîte de forme parallélépipédique.
On veut trouver *la valeur de x telle que le volume de la boîte ainsi formée soit maximum*.

1) Compléter:

longueur du côté de la base de la boîte (en fonction de x)	
hauteur de la boîte (en fonction de x)	
volume de la boîte (en fonction de x)	

2) Pour trouver la valeur de x pour laquelle le volume de la boîte sera maximum, on va prendre des valeurs successives de x (entre 0 et 5 cm) et calculer ainsi chaque fois le volume de la boîte correspondante. On va ainsi trouver une valeur approchée de la solution. Pour éviter des calculs fastidieux, même avec la calculatrice, on va utiliser un tableur (feuille de calculs électronique) sur un ordinateur.

3) Conclusion :

Présentation initiale de la feuille de calcul

L'élève ne saisit que deux données
Nombre de départ
Pas de variation

Volume de la boîte en fonction de x

Nombre de départ:	
Pas de variation:	

x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Volume	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Volume	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Volume	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Formules de calcul de la feuille

	A	B	C	D
1				
2			**Volume de la boîte e**	
3				
4	**Nombre de départ:**			
5	**Pas de variation:**			
6				
7	**x**	=$D$4	=B7+$D$5	=C7+$D$5
8	**Volume**	=(10-2*B7)^2*B7	=(10-2*C7)^2*C7	=(10-2*D7)^2*D7
9				
10	**x**	=$K$7+$D$5	=B10+$D$5	=C10+$D$5
11	**Volume**	=(10-2*B10)^2*B10	=(10-2*C10)^2*C10	=(10-2*D10)^2*D10
12				
13				
14	**x**	=$K$10+$D$5	=B14+$D$5	=C14+$D$5
15	**Volume**	=(10-2*B14)^2*B14	=(10-2*C14)^2*C14	=(10-2*D14)^2*D14

COMPTE RENDU DE L'ATELIER **: Situations d'approximation.**

1) Le nombre d'or
   Pas de remarque.

2) Le rectangle dans un triangle
   - Il faudrait poser le problème de l'existence d'une solution et de sa non-unicité. Pourquoi n'y en a-t-il pas une troisième ? Se pose aussi le problème de l'écriture de ces solutions.
   - Lors du changement de la première valeur et du pas, il serait intéressant de garder une trace écrite des premiers résultats. Cela permettrait de revenir sur la seconde solution qui n'a pas été vue par les élèves.
   - Pour un problème d'encadrement, la lecture de deux cellules est suffisante. Un graphique n'est pas porteur de plus d'informations.
   - Ce problème peut être repris avec Géoplanw qui permet d'afficher la figure et de faire déplacer le point N sur [BC].

3) Volume de la boite
   - Proposition d'une autre présentation : mettre les valeurs en colonnes et afficher le graphique sur le même écran. Cela permet de visualiser les changements pour la courbe quand on fait varier la première valeur et le pas.
   - La valeur qui apparaît est voisine de 1,66666. On peut faire conjecturer l'écriture 5/3. On peut valider cette valeur dans l'écriture du volume en fonction de x mais on ne dispose pas des outils permettant d'affirmer que c'est bien le maximum.
   - La recherche d'un maximum met en jeu la lecture de trois cellules. La valeur dans la cellule centrale est-elle la valeur maximum ? La représentation graphique prend ici toute sa valeur. Il peut être intéressant de faire varier les options : courbe ou nuage de points sur le grapheur. Se posent alors les questions : Comment relier des points ? Les points sont-ils alignés ? Combien de points faut-il prendre ? Quel pas pour avoir un maximum de points ?
   - Selon la programmation du tableur, des questions sont à poser aux élèves : Que se passe-t-il si on affiche x=6 ? Pourquoi le tableur donne-t-il des réponses ? Peut-on dans la programmation bloquer les calculs à x=5 ?
   Se pose alors le problème de la programmation des cellules. Les nouveaux programmes de troisième permettent d'envisager cette activité. Le tableur est un outil, mais sur des exemples simples, la programmation permet de maîtriser ce qu'il fait.
   - Ce problème peut aussi se traiter avec Géospacew qui permet d'avoir à l'écran le dessin en perspective de la boite et la représentation graphique du volume. La variation simultanée des deux affichages quand x varie apporte un plus dans la compréhension du problème.

4) Remarques générales
   Une proposition conjointe de plusieurs intervenants est de bien distinguer dans une fiche élève, ce qui est du ressort des mathématiques, de l'emploi de l'outil informatique.
   Deux propositions :
   - Changer de type de caractères et séparation horizontale.
   - Présenter la feuille en affichage "paysage", deux colonnes, avec fléchage entre les questions mathématiques et les aides logiciel.
   Pour toutes les activités utilisant un tableur, utiliser le graphique et le double affichage.