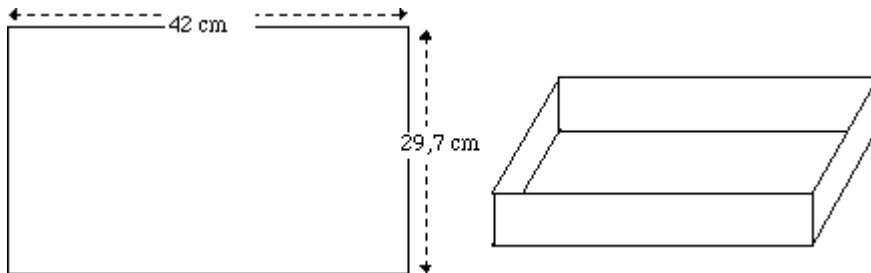


## PROBLEME

On dispose d'une feuille de carton format A3 ( $L = 42 \text{ cm}$  et  $l = 29,7 \text{ cm}$ ) dans laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle.

Pour cela on découpe un carré dans chaque coin, puis on replie la feuille.

Quelle doit être la dimension du carré découpé pour que la boîte ait le plus grand volume possible



### Première partie : Réalisation d'une boîte (travail papier)

I - Soit  $c$  la mesure, en cm, du **côté des carrés** à découper.

Quelles sont les valeurs possibles de  $c$  ?

Donner la réponse sous la forme : .....cm <  $c$  < .....cm.

II - Construisez une boîte en prenant pour mesure du côté le nombre correspondant à celui de votre groupe.

Entourez ce nombre dans le tableau ci-dessous

N° du groupe	1	2	3	4	5	6	7
Côté en cm	3	5	6	7	9	11	13

Penser à mettre des languettes pour faciliter le collage.

### III - Calculer le volume de la boîte ainsi construite.

Pour cela, répondez aux questions ci-dessous :

Quelle est la hauteur  $h$  de la boîte ?  $h = \dots \text{ cm}$

Calculez la longueur  $L$  de la boîte :  $L = \dots\dots\dots$

Calculez la largeur  $l$  de la boîte :  $l = \dots\dots\dots$

Calculez le volume  $V$  de la boîte :  $V = \dots\dots\dots$

### Refaire ces calculs pour une boîte construite à partir de carrés à découper de 10 cm de côté

Quelle est la hauteur  $h$  de la boîte ?  $h = \dots\dots\dots \text{ cm}$

Calculez la longueur  $L$  de la boîte :  $L = \dots\dots\dots$

Calculez la largeur  $l$  de la boîte :  $l = \dots\dots\dots$

Calculez le volume  $V$  de la boîte :  $V = \dots\dots\dots$

Exprimer  $h$ ,  $L$ ,  $l$  et  $V$  en fonction du nombre  $c$  :

$h = \dots\dots\dots$

$L = \dots\dots\dots$

$l = \dots\dots\dots$

$V = \dots\dots\dots$

## Deuxième partie : utilisation du tableur

I - Réalisez un tableau avec l'ordinateur. Indiquez d'abord les noms des élèves du groupe en En-tête ; dans Affichage, activez **En-tête et pied de page**.

1- Complétez la première ligne du tableau en utilisant le modèle ci-dessous.

Pour obtenir la même présentation, sélectionnez les **cellules de A1 à E1** ; dans **Format**, activez **Alignement** ; cliquez sur **Centré** et **Renvoi à la ligne** automatique.

2 - Complétez la **colonne A** du tableau par toutes les valeurs entières possibles, en cm, du côté du carré à découper.

3 - Complétez la **ligne 2** du tableau ci-dessous :

Dans la **cellule D2** écrire la formule qui donne la longueur de la boîte en fonction du contenu de la cellule A2 ;

Dans la **cellule E2** écrire la formule qui donne la largeur de la boîte en fonction du contenu de la cellule A2 ;

Dans la **cellule B2** écrire la formule qui donne le volume de la boîte en fonction du contenu des cellules C2, D2 et E2 ;

	A	B	C	D	E
1	Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	Longueur de la boîte	largeur de la boîte
2	1	= .....	= A2	= .....	= .....
3	2				
4	3				
5	4				
6	5				
7	....				
8	....				
	...				

Entrez ces formules. L'ordinateur fait les calculs ; vérifiez la vraisemblance des résultats.

4 - Complétez les **colonnes B, C, D, et E** en recopiant en une seule fois les formules des cellules B2, C2, D2 et E2 ; sélectionnez toutes les **cellules de B2 à E15** puis, dans le menu **Edition**, activez **Recopier** vers le bas.

Pour comparer plus facilement les nombres de la colonne B, écrivez-les avec une décimale ; pour cela dans **Format**, activez **Nombre**, puis cliquez sur **Fixe** et tapez 1.

\* **Imprimez le tableau :**

Dans le menu **Fichier**, activez **Imprimer...**, ou cliquez sur le **bouton** Imprimer de la barre d'outils. Dans la boîte de dialogue **Imprimer**, cliquez sur **OK**.

Quelle est la valeur entière de c (au centimètre près) qui donne le plus grand volume ?

.....

**II - Faire un graphique, courbe, montrant l'évolution du volume de la boîte en fonction du côté du carré à découper :**

1 - **Sélectionner** uniquement les colonnes **A** et **B** du tableau des données.

2 - Dans le menu **Outils** activer **Créer un nouveau graphique....** ou cliquer sur le **bouton Nouveau graphique** de la barre d'outils.

3 - Dans la boîte de dialogue **Nouveau graphique** :

- **Quel type de graphique voulez-vous ?** ; afficher **Courbes**

- **Titre du graphique** ; Taper : **Volume de la boîte** ; cocher "**Ajouter le quadrillage**"

**Comment vos données de feuille de calcul sont-elles organisées ?**

1) **Dans quelle direction vont vos séries ?** ; cliquer sur **Verticalement**.

2) **Première ligne contient** ; cliquer sur **Textes de légende**.

3) **Première colonne contient** ; cliquer sur **Etiquettes de catégorie**.

**Avant de valider votre choix, en cliquant sur OK, faire appel au professeur.**

Indiquez les noms des élèves du groupe en En-tête.

**Imprimer le graphique**

Le volume de la boîte est-il proportionnel au côté du carré à découper ? Que constatez-vous ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Troisième partie

On dispose d'un instrument de mesure et de découpe très précis, qui permet de découper le carré au millimètre près. On voudrait connaître au millimètre près la longueur du côté du carré qui donne le volume maximum.

I - Nous allons utiliser le tableau précédent ainsi que le graphique pour préciser la valeur de c.  
Le tableau et le graphique nous indiquent que la valeur du côté du carré à découper qui nous donne le volume maximal se situe entre 5 cm et 7 cm.

Reprenez le tableau précédent.

Dans la **colonne A** il faut entrer les valeurs du côté du carré, au millimètre près, qui sont entre 5 cm et 7 cm :

1 - Dans la cellule **A2** taper **5,1** ;

2 - dans la cellule **A3** taper **=A2+0,1** ;

3 - **Recopier la formule** contenue dans la cellule **A3** jusqu'à **A22** :

sélectionner **toutes les cellules de A3 à A22** puis, dans le menu **Edition**, activer **"Recopier vers le bas"**

Ne pas changer le contenu des autres colonnes.

	A	B	C	D	E
1	Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	Longueur de la boîte	largeur de la boîte
2	5,1				
3	=A2+0,1				
4	...				
5	...				
6	...				
7	...				
8	...				
9	...				
10	...				

Quelle est la longueur du côté du carré, au millimètre près, qui donne le volume maximum ?

.....

II - Faire un graphique, courbe, en sélectionnant les deux première colonnes du tableau.  
Imprimer le graphique.

Le graphique confirme-t-il la valeur trouvée dans le tableau ?

.....

.....

.....

.....

## CORRIGE DU PROBLEME

On dispose d'une feuille de carton format A3 ( $L = 42 \text{ cm}$  et  $l = 29,7 \text{ cm}$ ) dans laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle.

Pour cela on découpe un carré dans chaque coin, puis on replie la feuille.

Quelle doit être la dimension du carré découpé pour que la boîte ait le plus grand volume possible

### Première partie : Réalisation d'une boîte (travail papier)

I - Soit  $c$  la mesure, en cm, du **côté des carrés** à découper.

Quelles sont les valeurs possibles de  $c$  ?

Donner la réponse sous la forme :  **$1 \text{ cm} < c < 14 \text{ cm}$** . (il faut bien préciser que l'on découpe au cm près)

II - Construisez une boîte en prenant pour mesure du côté le nombre correspondant à celui de votre groupe. Entourez ce nombre dans le tableau ci-dessous :

N° du groupe	1	2	3	4	5	6	7
Côté en cm	3	5	6	7	9	11	13

Hauteur de la boîte en cm	3	5	6	7	9	11	13
largeur de la boîte en cm	23,7	19,7	17,7	15,7	11,7	7,7	3,7
Longueur de la boîte en cm	36	32	30	28	24	20	16
Volume de la boîte en $\text{cm}^3$	2559,60	3152,00	3186,00	3077,20	2527,20	1694	769,6

Refaire ces calculs pour une boîte construite à partir de carrés à découper de 10 cm de côté

Quelle est la hauteur  $h$  de la boîte ?  **$h = 10 \text{ cm}$**

Calculez la longueur  $L$  de la boîte :  **$L = 42 \text{ cm} - 2 \cdot 10 \text{ cm}$  ;  $L = 22 \text{ cm}$**

Calculez la largeur  $l$  de la boîte :  **$l = 29,7 \text{ cm} - 2 \cdot 10 \text{ cm}$  ;  $l = 9,7 \text{ cm}$**

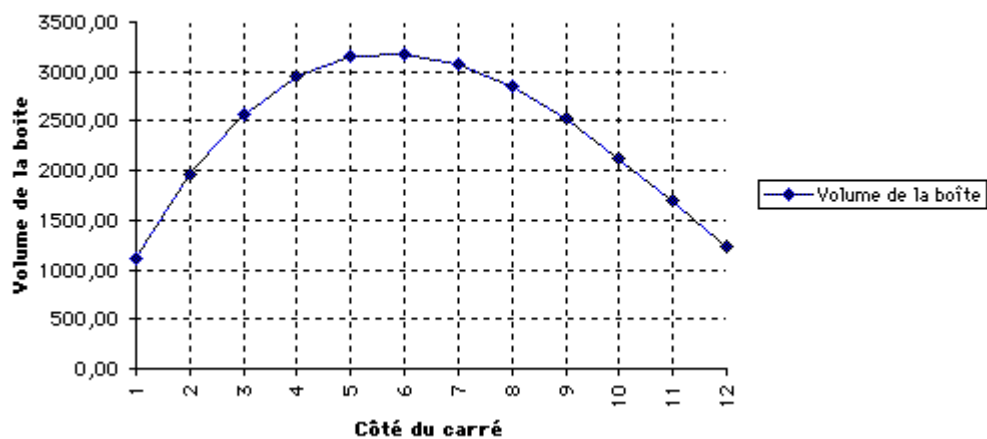
**Calculez le volume  $V$  de la boîte :  $V = 2134,00 \text{ cm}^3$ .....**

### Deuxième partie : utilisation du tableur

Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	largeur de la boîte	Longueur de la boîte
1	$=D2 \cdot C2 \cdot E2$	$=A2$	$=29,7 - 2 \cdot C2$	$=42 - 2 \cdot C2$
$=A2 + 1$	$=D3 \cdot C3 \cdot E3$	$=A3$	$=29,7 - 2 \cdot C3$	$=42 - 2 \cdot C3$
$=A3 + 1$	$=D4 \cdot C4 \cdot E4$	$=A4$	$=29,7 - 2 \cdot C4$	$=42 - 2 \cdot C4$
$=A4 + 1$	$=D5 \cdot C5 \cdot E5$	$=A5$	$=29,7 - 2 \cdot C5$	$=42 - 2 \cdot C5$
$=A5 + 1$	$=D6 \cdot C6 \cdot E6$	$=A6$	$=29,7 - 2 \cdot C6$	$=42 - 2 \cdot C6$

=A6+1	=D7*C7*E7	=A7	=29,7-2*C7	=42-2*C7
=A7+1	=D8*C8*E8	=A8	=29,7-2*C8	=42-2*C8
=A8+1	=D9*C9*E9	=A9	=29,7-2*C9	=42-2*C9
=A9+1	=D10*C10*E10	=A10	=29,7-2*C10	=42-2*C10
=A10+1	=D11*C11*E11	=A11	=29,7-2*C11	=42-2*C11
=A11+1	=D12*C12*E12	=A12	=29,7-2*C12	=42-2*C12
=A12+1	=D13*C13*E13	=A13	=29,7-2*C13	=42-2*C13
=A13+1	=D14*C14*E14	=A14	=29,7-2*C14	=42-2*C14

Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	largeur de la boîte	Longueur de la boîte
1	1108	1	27,7	40
2	1953,2	2	25,7	38
3	2559,6	3	23,7	36
4	2951,2	4	21,7	34
5	3152	5	19,7	32
6	3186	6	17,7	30
7	3077,2	7	15,7	28
8	2849,6	8	13,7	26
9	2527,2	9	11,7	24
10	2134	10	9,7	22
11	1694	11	7,7	20
12	1231,2	12	5,7	18
13	769,6	13	3,7	16

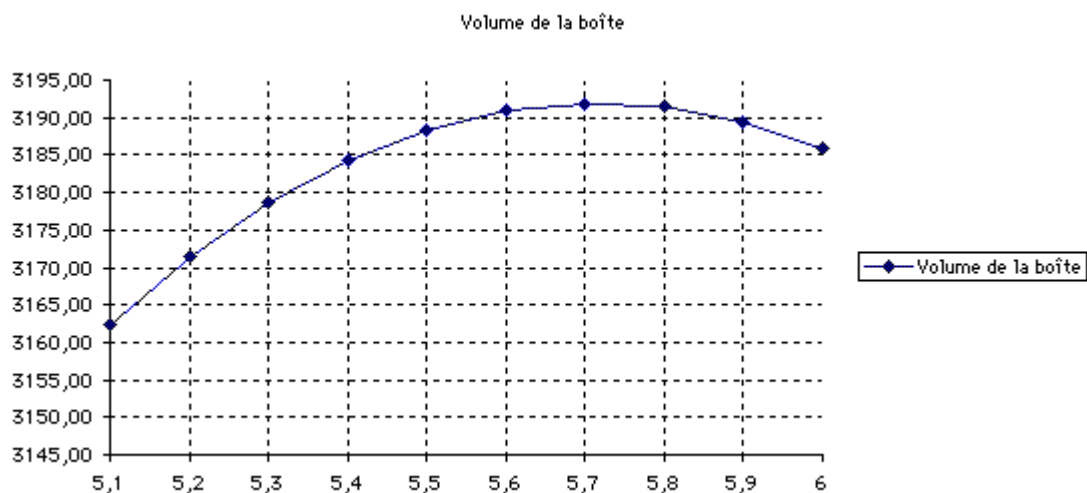


### Troisième partie

On dispose d'un instrument de mesure et de découpe très précis, qui permet de découper le carré au millimètre près. On voudrait connaître au millimètre près la longueur du côté du carré qui donne le volume maximum.

Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	largeur de la boîte	Longueur de la boîte
5,1	=D2*C2*E2	=A2	=29,7-2*C2	=42-2*C2
=A2+0,1	=D3*C3*E3	=A3	=29,7-2*C3	=42-2*C3
=A3+0,1	=D4*C4*E4	=A4	=29,7-2*C4	=42-2*C4
=A4+0,1	=D5*C5*E5	=A5	=29,7-2*C5	=42-2*C5
=A5+0,1	=D6*C6*E6	=A6	=29,7-2*C6	=42-2*C6
=A6+0,1	=D7*C7*E7	=A7	=29,7-2*C7	=42-2*C7
=A7+0,1	=D8*C8*E8	=A8	=29,7-2*C8	=42-2*C8
=A8+0,1	=D9*C9*E9	=A9	=29,7-2*C9	=42-2*C9
=A9+0,1	=D10*C10*E10	=A10	=29,7-2*C10	=42-2*C10
=A10+0,1	=D11*C11*E11	=A11	=29,7-2*C11	=42-2*C11
=A11+1	=D12*C12*E12	=A12	=29,7-2*C12	=42-2*C12
=A12+1	=D13*C13*E13	=A13	=29,7-2*C13	=42-2*C13
=A13+1	=D14*C14*E14	=A14	=29,7-2*C14	=42-2*C14

Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	largeur de la boîte	Longueur de la boîte
5,1	3162,51	5,1	19,5	31,8
5,2	3171,376	5,2	19,3	31,6
5,3	3178,622	5,3	19,1	31,4
5,4	3184,272	5,4	18,9	31,2
5,5	3188,35	5,5	18,7	31
5,6	3190,88	5,6	18,5	30,8
5,7	3191,886	5,7	18,3	30,6
5,8	3191,392	5,8	18,1	30,4
5,9	3189,422	5,9	17,9	30,2
6	3186	6	17,7	30



## Commentaires

### Première partie : Réalisation d'une boîte (travail papier)

Elle permet aux élèves de mieux comprendre le problème posé, en construisant plusieurs boîtes. Malgré les formes différentes, de nombreux élèves pensent que les boîtes ont le même volume. "Elle est moins large, mais elle est plus haute."

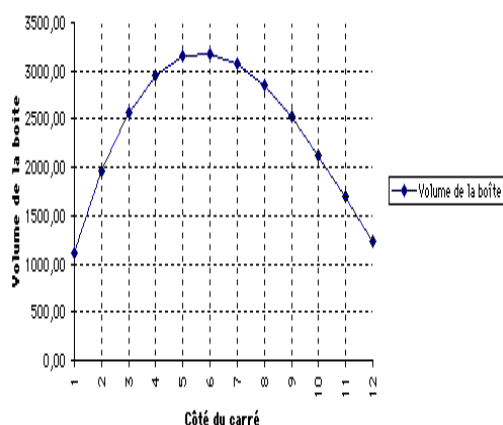
Le calcul du volume de chaque boîte va les convaincre de l'intérêt du problème.

### Deuxième partie : utilisation du tableur

Dans cette partie, les élèves doivent trouver la solution entière au problème. Pour cela ils doivent utiliser un tableur. Certains élèves commencent à remplir les cases du tableau avec les résultats de leurs calculs ou bien utilisent l'ordinateur comme une calculatrice ; ils se rendent compte rapidement de l'intérêt du tableur en utilisant des formules et la commande Recopier.

Cependant le passage à la formule n'est pas facile pour des élèves de 5ème ; d'autant plus que le tableur utilise le nom des cellules et non pas le nom des grandeurs : la formule donnant la longueur  $42-2*c$  va s'écrire ici  $42-2*A2$ , celle du volume  $L*I*h$ ,  $C2*D2*E2$ . Avant la séquence des activités sur les écritures littérales peuvent être prévues en utilisant des notations différentes de l'habitude. En tout cas l'écriture des formules sur le document papier avant de les entrer à l'ordinateur semble souhaitable.

Côté du carré à découper	Volume de la boîte	Hauteur de la boîte	largeur de la boîte	Longueur de la boîte
1	1108	1	27,7	40
2	1953,2	2	25,7	38
3	2559,6	3	23,7	36
4	2951,2	4	21,7	34
5	3152	5	19,7	32
6	3186	6	17,7	30
7	3077,2	7	15,7	28
8	2849,6	8	13,7	26
9	2527,2	9	11,7	24
10	2134	10	9,7	22
11	1694	11	7,7	20
12	1231,2	12	5,7	18
13	769,6	13	3,7	16



L'observation du tableau ou du graphique afin de trouver la solution entière au problème ne pose aucune difficulté.

### Troisième partie

Les élèves doivent trouver la solution au millimètre près. Une fois les modifications apportées en particulier colonne A, les élèves obtiennent facilement la réponse.