

Recherche du PGCD de deux nombres Algorithme d'Euclide

1- Propriété

Soient a et b deux entiers naturels non nuls tels que $a > b$.

Si r est le reste de la division euclidienne de a par b alors $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; r)$.

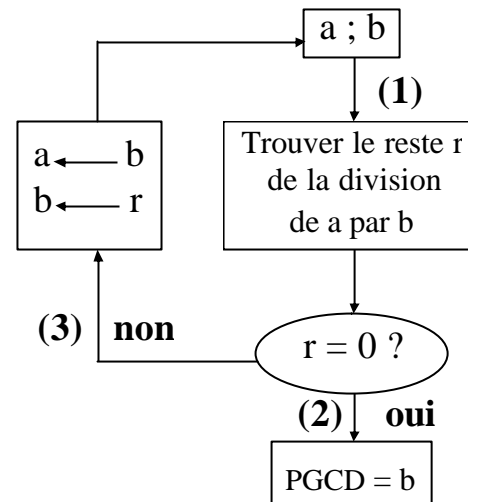
2- Présentation de l'algorithme

Pour calculer le PGCD de deux entiers naturels non nuls a et b ($a > b$) avec l'algorithme d'Euclide, on utilise la séquence ordonnée d'opérations schématisées ci-contre et décrites ci-dessous.

(1) Diviser a par b ; obtenir le reste r.

(2) Si $r = 0$, alors l'algorithme se termine : $\text{PGCD}(a ; b) = b$.

(3) Si $r \neq 0$, remplacer a par b, b par r et recommencer à partir de (1).



3- Utilisation du tableur

Pour effectuer ces différents calculs, utilisez un tableur (Works ou Excel) et présentez vos résultats comme ci-contre.

Pour la formule de la cellule C2 :

Avec Works :

C2	✕	✓	?	<code>=RES(A2;B2)</code>
----	---	---	---	--------------------------

RES(A2;B2) donne le reste de la division euclidienne de A2 par B2.

Avec Excel :

Rappel à propos de la division euclidienne :

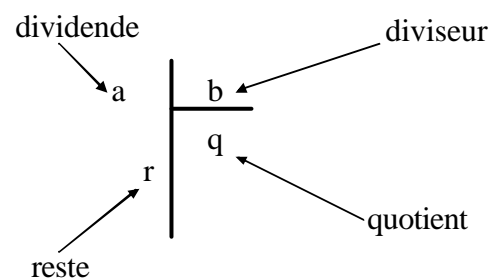
Soient a et b deux entiers naturels non nuls,

Écrire l'égalité liant a, b, q et r :

.....

Exprimer r en fonction de a, b et q. :

.....



C2	▼	=	<code>=A2-ENT(A2/B2)*B2</code>
----	---	---	--------------------------------

ENT(A2/B2) désigne le quotient euclidien de A2 par B2.

Pour la formule de la cellule A3 :

A3	▼	=	<code>=B2</code>
----	---	---	------------------

Pour la formule de la cellule B3 :

B3	▼	=	<code>=C2</code>
----	---	---	------------------

Recopier les formules C2, A3 et B3 vers le bas.

Quel est le PGCD de 12 467 et 6 461 ?

Expliquer l'affichage de messages d'erreur : ERR(sous Works) ou #DIV/0! (avec Excel) :

Remarque : On peut ajouter une 4^{ème} colonne intitulée PGCD et entrer, à partir de la cellule D2, la formule

D2	▼	=	<code>=SI(C2=0;B2;"")</code>
----	---	---	------------------------------

et la recopier vers le bas.

Expliquer la signification de cette formule :

.....