

Racine carrée Méthode d'approximation n° 1

Soit n un nombre positif.

\sqrt{n} désigne le nombre positif dont le carré est n .

Pour trouver une approximation de \sqrt{n} , il suffit de déterminer un nombre positif dont le carré est proche du nombre n .

1- Méthode

Exemple : $\sqrt{29}$.

Pour déterminer les valeurs approchées de $\sqrt{29}$ à 10^0 , on calcule les carrés des entiers naturels afin de déterminer l'entier a tel que $a^2 < 29 < (a + 1)^2$.

a	a^2
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

$$5^2 < 29 < 6^2 \text{ donc } 5 < \sqrt{29} < 6.$$

On peut maintenant déterminer les valeurs approchées de $\sqrt{29}$ à 10^{-1} près en calculant les carrés des nombres décimaux à 1 chiffre après la virgule et compris entre 5 et 6.

a	a^2
5,0	25
5,1	26,01
5,2	27,04
5,3	28,09
5,4	29,16

$$5,3^2 < 29 < 5,4^2 \text{ donc } 5,3 < \sqrt{29} < 5,4.$$

On continue ainsi en calculant les carrés des décimaux à 2 chiffres après la virgule et compris entre 5,3 et 5,4.

On obtient : $5,38^2 = 28,9444$ et $5,39^2 = 29,0521$.

On a donc : $5,38 < \sqrt{29} < 5,39$.

On peut continuer cette recherche avec les décimaux à 3 chiffres après la virgule, puis 4 chiffres etc...

2- Utilisation du tableur

On peut automatiser ces calculs en utilisant un tableur (Works ou Excel).

Présentez vos calculs comme ci-contre.

A2 : nombre de départ.

B2 : Carré du nombre **A2**.

C2 : Précision demandée.

Pour un nombre compris entre 0 et 100 on commencera par 1.

Pour un nombre compris entre 100 et 10 000 on commencera par 10 ...

A3 : On augmente **A2** de la précision demandée **C2**.

ATTENTION ! La référence **C2** doit être absolue, c'est-à-dire qu'elle ne doit pas changer en recopiant la formule de la cellule **C3**. Il faut donc entrer dans la cellule **A3** :

A3 = =A2+\$C\$2

	A	B	C
1	a	a ²	précision
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

On obtient la référence absolue en entrant **\$C\$2** ou en entrant **C2** et en appuyant ensuite sur la touche

F4.

Application $\sqrt{61}$.

1- Précision de départ : **C2** = 1.

Nombre de départ : **A2** = 0.

On entre ensuite la formule dans les cellules **A3** et **B2** qu'on recopie vers le bas jusqu'à la ligne **12**.

On trouve ainsi que les valeurs approchées à 10^0 près de $\sqrt{61}$ sont :

2- On remplace ensuite le nombre de départ **A2** par la valeur approchée par défaut à 10^0 près de $\sqrt{61}$ et la précision **C2** par 0,1.

On trouve ainsi que les valeurs approchées à 10^{-1} près de $\sqrt{61}$ sont :

3- On recommence ensuite avec la précision 0,01 etc...

Compléter le tableau ci-dessous indiquant des valeurs approchées de $\sqrt{61}$.

Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès	Précision
		10^0
		10^{-1}
		10^{-2}
		10^{-3}
		10^{-4}
		10^{-5}
		10^{-6}
		10^{-7}

3- Prolongement

On peut également automatiser les changements de précisions.

Présentation du tableur :

	A	B	C	D
1	nombre = 5			
2	a	a ²		précision
3	1			1
4				

Voici les formules à entrer dans les colonnes **A**, **B** et **D**. Expliquez chacune d'elles :

B3 :

D4 :

A4 :

Recopiez ensuite ces formules vers le bas.

Quelle est l'approximation la plus précise que vous obtenez pour $\sqrt{5}$?

Remplacez "5" par "2" dans la cellule **B1**.

Quelle est l'approximation la plus précise que vous obtenez pour $\sqrt{2}$?

Vous pouvez également changer le nombre de décimales des nombres :

1. Sélectionnez les cellules concernées ;

2. utilisez les commandes :

Sous Excel :

Format – Cellule – Nombre – Nombre – Nombre de décimales ...

Sous Works

Format – Nombre – Fixe – Nombre de décimales (de 0 à 7).