

## Travaux pratiques de mathématiques

### Utiliser un tableur

## Calcul du PGCD de deux nombres entiers par la méthode des soustractions successives.

### La méthode mathématique des soustractions successives:

On appelle  $x$  et  $y$  deux nombres entiers. On soustrait les deux nombres (le plus grand – le plus petit). On obtient un 3<sup>ème</sup> nombre. De ces trois nombres, on prend les deux nombres les plus petits et on recommence. On s'arrête quand on obtient le nombre zéro.

Exemple : si  $x = 295$  et  $y = 177$

$$295 - 177 = 118 \quad , \quad 177 - 118 = 59 \quad , \quad 118 - 59 = 59 \quad , \quad 59 - 59 = 0 \quad .$$

Remarque : Le plus grand de deux nombres  $a$  et  $b$  est noté  $\text{MAX}(a; b)$ , et le plus petit est noté  $\text{MIN}(a; b)$ .

Par exemple,  $\text{MAX}(177; 295) = \dots\dots\dots \text{MIN}(118; 59) = \dots\dots\dots$

Nous admettons que cette méthode donne :  $\text{PGCD}(295; 177) = 59$ .

### Première partie : Sans l'ordinateur.

Calculer, en utilisant l'algorithme d'Euclide, le PGCD de 561 et 935.

### Deuxième partie : Avec l'ordinateur.

❑ Lancer le tableur (le logiciel Excel ou StarOffice ou ...)

❑ Saisir au clavier le tableau de gauche ci-dessous. Penser à valider le contenu de chaque cellule (Touche Entrée).

#### Ce qu'on écrit dans les cellules

#### Ce qu'on obtient à l'affichage

	A	B	C
1	561	935	
2	=MAX(A1;B1)	=MIN(A1;B1)	=A2-B2
3	=MAX(B2;C2)	=MIN(B2;C2)	=A3-B3
4	=MAX(B3;C3)	=MIN(B3;C3)	=A4-B4
5			
6			

Le plus .....  
des deux nombres  
situés en A1 et B1

Le plus .....  
des deux nombres  
situés en A1 et B1

La .....  
des deux nombres  
situés en A2 et B2

	A	B	C
1	561	935	
2	935	561	374
3	561	374	187
4			
5			
6			

Le plus .....  
des deux nombres  
situés en .... et ....

Le plus .....  
des deux nombres  
situés en .... et ....

La .....  
des deux nombres  
situés en ... et ...

- ❑ Compléter la ligne 4 du tableau de droite avec les valeurs données par l'ordinateur.
- ❑ A la ligne 5, on effectue la différence entre le plus grand et le plus petit des deux nombres situés dans les cellules B4 et C4. Quelles formules doit-on entrer dans les cellules A5, B5 et C5 ? Saisir ces formules. Vérifier que l'affichage correspond bien à ce qui est attendu. Compléter alors la ligne 5 des deux tableaux.
- ❑ Pour éviter de saisir ces formules au clavier, on aurait pu « étendre les formules de la ligne 3 vers le bas ». Cette opération s'effectue à l'aide de la souris en sélectionnant les cellules A3, B3 et C3 et en tirant la « poignée » dans l'angle inférieur droit de la cellule vers le bas (aller jusqu'à la ligne 8). Compléter la ligne 6 des deux tableaux ci-dessus. Compléter la propriété suivante, que nous admettons sans la démontrer : (Les mathématiciens ont prouvé cette propriété, par une démonstration.)

**Le PGCD des deux nombres entiers, obtenu par la méthode des soustractions successives, est la dernière ..... non nulle.**

- ❑ Déterminer avec l'ordinateur et par cette méthode le PGCD de 28 et 45.  
Pour cela, ne rien effacer à l'écran : on va utiliser la feuille de calculs programmée précédemment.

	A	B	C
1	28	45	
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

Saisir les nombres 28 et 45 dans les cellules A1 et B1.  
Sélectionner les cellules A3, B3 et C3 et étendre les formules vers le bas jusqu'à obtenir une différence nulle.  
Recopier les valeurs obtenues par le tableur.  
D'après la méthode des soustractions successives :  
PGCD (28 ; 45) = .....

- ❑ Compléter le tableau suivant :

1 <sup>er</sup> Nombre	2 <sup>ème</sup> Nombre	PGCD	Nombre de soustractions nécessaires	Les deux nombres sont-ils premiers entre eux ?
561	935	187	4	Non, car PGCD(561 ;935) ≠ 1
28	45			
2915	4081			
48	47			
5168	3553			
486	480			

- ❑ A l'aide de la calculatrice et des résultats précédents, rendre irréductibles les fractions suivantes :

$\frac{561}{935} = \frac{187 \times \dots}{187 \times \dots} =$ 
 $\frac{28}{45} =$ 
 $\frac{2915}{4081} =$

$\frac{48}{47} =$ 
 $\frac{5168}{3553} =$ 
 $\frac{486}{480} =$

**Troisième partie : Sans l'ordinateur.**

Déterminer ci-dessous, en utilisant la méthode des soustractions successives, le PGCD de 126 et 105

**Quatrième partie : Avec l'ordinateur.**

Comparaison des deux méthodes.  
On voudrait savoir si des deux méthodes – algorithme d'Euclide , soustractions successives - l'une ou l'autre est plus rapide.  
Menu *Démarrer, Maths, Diviseurs communs*, Menu *Algorithmes, Différences et Euclide en simultané*.  
Reprendre les exemples du tableau ci-dessus.  
Attention, dans ce logiciel, saisir le plus grand des deux nombres en premier; valider (Entrée) ; puis saisir le plus petit nombre ; valider ; puis *Action*, autant de fois que nécessaire.  
Pour chaque nouvel essai, *Raz*.  
L'une des deux méthodes vous paraît-elle « plus pratique » ? « plus rapide » ?

.....

.....