

## "ET" et/ou "OU"

### Les sens des mots "et", "ou"

1) Compléter par ET ou bien par OU les dix phrases suivantes :

- a) Si ABCD est un carré de centre O alors  $O \in [AC]$  .....  $O \in [BD]$
- b) Si ABCD est un trapèze alors  $(AB) \parallel (CD)$  .....  $(AD) \parallel (BC)$
- c) Si ABC est un triangle isocèle alors  $AB = AC$  .....  $BC = BA$  .....  $CA = CB$
- d) Si  $AB = AC$  .....  $AB = BC$  alors ABC est un triangle équilatéral
- e) Si D et D' sont des droites parallèles alors  $D \cap D' = \emptyset$  .....  $D = D'$
- f) Si  $(x - 1)(x - 3) = 0$  alors  $x = 1$  .....  $x = 3$
- g) Si  $x^2 + y^2 = 0$  alors  $x = 0$  .....  $y = 0$
- h) Si  $ab > 0$  alors  $(a > 0$  .....  $b > 0)$  .....  $(a < 0$  .....  $b < 0)$
- i) Si  $x \in ]-5; -2[ \cup ]2; 5[$  alors  $-5 < x < -2$  .....  $2 < x < 5$
- j) Si  $x \in ]-5; 7[ \cap ]-3; 9[$  alors  $-5 < x < 7$  .....  $-3 < x < 9$

2) ET et OU sont des conjonctions de coordination employées avec des nuances diverses dans le langage courant.

Le mot ET peut marquer :  
 - l'addition : "Je veux du pain et du beurre"  
 - la conséquence : "Je n'ai pas dormi et je suis fatigué"  
 - la succession temporelle : "Théo a frappé et est entré"  
 - l'indignation : "Et tu l'as laissé partir"

Le mot OU marque le plus souvent :  
 - l'alternative exclusive : "Ce sera un garçon ou une fille"  
 - l'alternative inclusive : "Est-il bête ou méchant ?"

On trouve dans certains textes l'écriture **et/ou** indiquant fortement une alternative inclusive ; "Ce document sera signé par Monsieur et/ou Madame".

Préciser les sens des mots ET et OU utilisés dans les phrases de la question 1).

3) Soient deux cercles sécants  $C_1$  et  $C_2$ . On considère trois points I, J, K tels que I appartienne à  $C_1$ , J appartienne à  $C_2$  et K appartienne à  $C_1$  OU  $C_2$ .

- Les points I, J, K peuvent-ils être
- a) Confondus ?
  - b) Distincts et alignés ?
  - c) Distincts et sur le même cercle  $C_1$  ?
  - d) Distincts et sur le même cercle  $C_2$  ?

4) On considère le tableau de signes suivants :

$x$	$-\infty$	$2$	$5$	$+\infty$
$x - 2$	-	0	+	+
$5 - x$	+	+	0	-
$(x-2)(5-x)$	-	0	+	0

Ecrire l'ensemble des réels  $x$  pour lesquels :

- a)  $(x - 2)(5 - x) \leq 0$
- b)  $x - 2 > 0$  et  $5 - x < 0$
- c)  $x - 2 < 0$  ou  $x > 0$
- d)  $(x - 2)(5 - x) \leq 0$  et  $x \geq 0$
- e)  $(x - 2 \leq 0$  et  $x \geq 0)$  ou  $(5 - x \leq 0)$

### Utilisation de "et" et "ou"

A partir de la phrase p et de la phrase q, on peut considérer deux nouvelles phrases désignées par "p et q" et "p ou q"

"p et q" est une phrase vraie uniquement si p et q sont toutes les deux vraies.

"p ou q" est une phrase fausse uniquement si p et q sont toutes les deux fausses.

- 1) a) Enumérer les cas où la phrase "p et q" est fausse.
- b) Enumérer les cas où la phrase "p ou q" est vraie.

2) Dire si les phrases ci-dessous sont vraies ou fausses.

- a)  $5 > 2$  et  $5 < 7$
- b)  $5 > 2$  et  $5 < 3$
- c)  $5 < 2$  et  $5 < 3$
- d)  $5 > 2$  ou  $5 > 7$
- e)  $5 > 2$  ou  $5 < 8$
- f)  $5 < 4$  ou  $5 > 7$
- g)  $5 \geq 4$
- h)  $5 \leq 5$

3) Colorier sur une droite graduée tous les nombres réels  $x$  possédant la propriété énoncée dans chacun des cas ci-dessous (faire huit figures distinctes).

- a)  $x > 5$  et  $x > 7$
- b)  $x > 5$  ou  $x > 7$
- c)  $x > -2$  et  $x < 5$
- d)  $x > -2$  ou  $x < 5$
- e)  $x < 3$  et  $x > 4$
- f)  $x < 3$  ou  $x > 4$

g)  $x < 3$  et  $x < -2$

h)  $x < 3$  ou  $x < -2$

4) a) Démontrer que  $(x + 3)(x - 2) > 0$  équivaut à  $[(x > -3$  et  $x > 2)$  ou  $(x < -2$  et  $x < 2)]$

b) Colorier que une droite graduée tous les nombres réels  $x$  solutions de l'inéquation  $(x + 3)(x - 2) > 0$

**Construire la négation d'une phrase**

Il faut savoir nier une phrase en mathématiques comme nous savons le faire pour les phrases du langage courant.

1) Ecrire la négation de chaque phrase suivante :

- Aujourd'hui, le soleil brille.

- Je n'irai pas au cinéma ce soir

- Les droites  $D$  et  $D'$  sont perpendiculaires

-  $x = 12$

-  $x \neq 1$

-  $x \in \mathbb{N}$

-  $x > 0$

-  $x \leq -1$

-  $x - 2 = 0$

- Les droites  $D$  et  $D'$  sont parallèles

- J'utilise ma voiture tous les jours

- Personne ne fait aussi bien que lui

2) a) Nous pouvons remarquer que : "Si  $P$  est vraie alors la négation de  $P$  est fausse" et que "Si  $P$  est fausse alors la négation de  $P$  est vraie". Compléter le tableau ci-dessous :

$P$	$P$ vrai ou faux	Négation de $P$ vrai ou faux	Négation de $P$
Tous les triangles sont rectangles			
Il existe un nombre réel tel que $x^2 < 0$			
Il existe des quadrilatères non inscrits dans un cercle			
Il existe des triangles qui ont un angle obtus			
Tous les nombres réels $x$ vérifient $x^2 \geq 1$			
Pour tout nombre réel $x$ , $x^2 \neq x$			

b) Quelle règle semble apparaître concernant : - la négation d'une phrase commençant par : "il existe ..."  
- la négation d'une phrase commençant par : "tous les ..."

c) Pour démontrer qu'une propriété  $P$  est fausse, on peut démontrer que la négation de  $P$  est vraie. Appliquer cette méthode pour démontrer que "pour tout réel  $x$ ,  $(x + 1)^{11} = x^{11} + 11x + 1$ " est une propriété fausse.

En procédant ainsi, on dit que l'on utilise **un contre exemple**.

**Négation de phrases comportant "et" ou "ou"**

1) a) On considère ci-dessous des ensembles de réels caractérisés respectivement par cinq propriétés  $P$ , chacune de ces propriétés s'exprimant à l'aide des conjonctions "et" ou "ou".

Compléter le tableau ci-dessous dans le but d'exprimer dans chaque cas la négation de la propriété  $P$ .

$P$	Représentation des nombres réels vérifiant $P$	Représentation des nombres réels vérifiant la négation de $P$	Négation de $P$
$x \geq 1$ et $x \leq 5$			
$x < 4$ et $x > 2$			
$x = 3$ ou $x = 2$			
$x \leq 0$ ou $x \geq 4$			
$x > 5$ ou $x < -3$			

b) Quelle est la règle qui apparaît concernant la négation de la phrase de la forme : - "p et q" ?  
- "p ou q" ?

2) Montrer que chacune des propriétés ci-dessous se traduit en langage mathématique par des phrases de la forme "p et q" ou "p ou q",  $x$  étant un nombre réel :

-  $(x - 2)(x + 3) = 0$

-  $x^2 - 1 = 0$

-  $(x - 2)(x + 3) \neq 0$

-  $x^2 - 1 > 0$