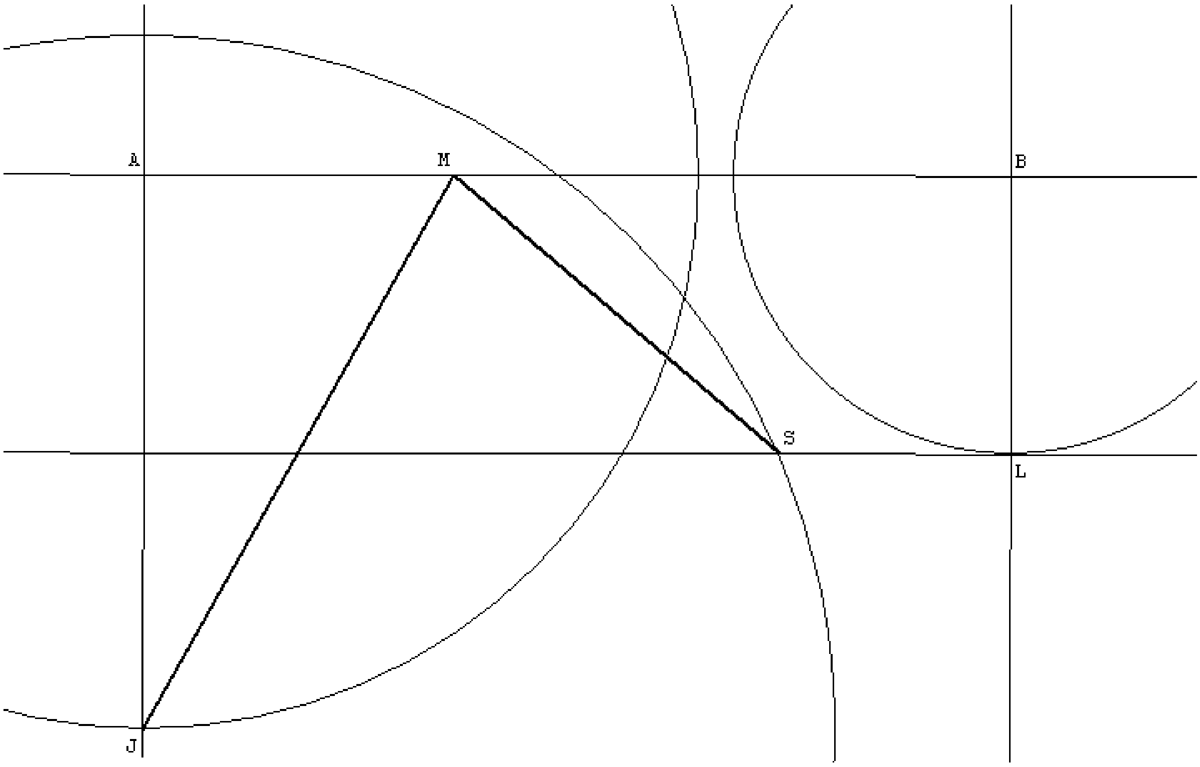
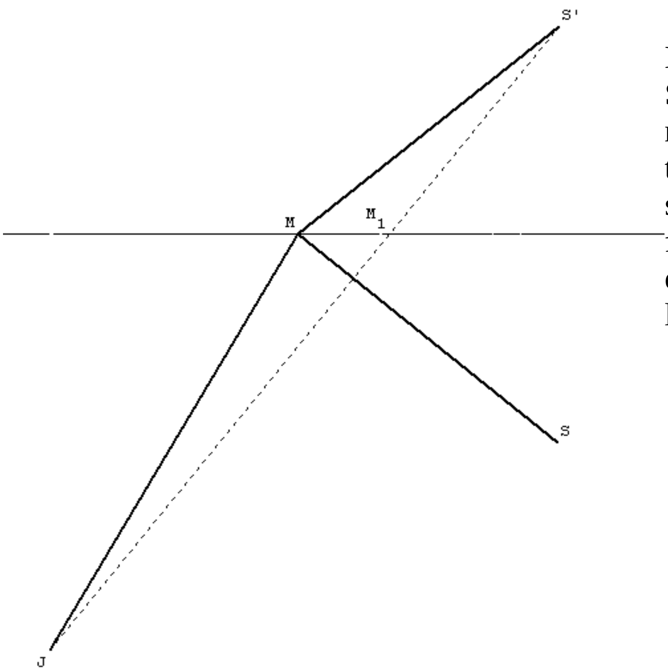
Correction de devoir

Exercice 1

Les éléments nécessaires pour une construction :

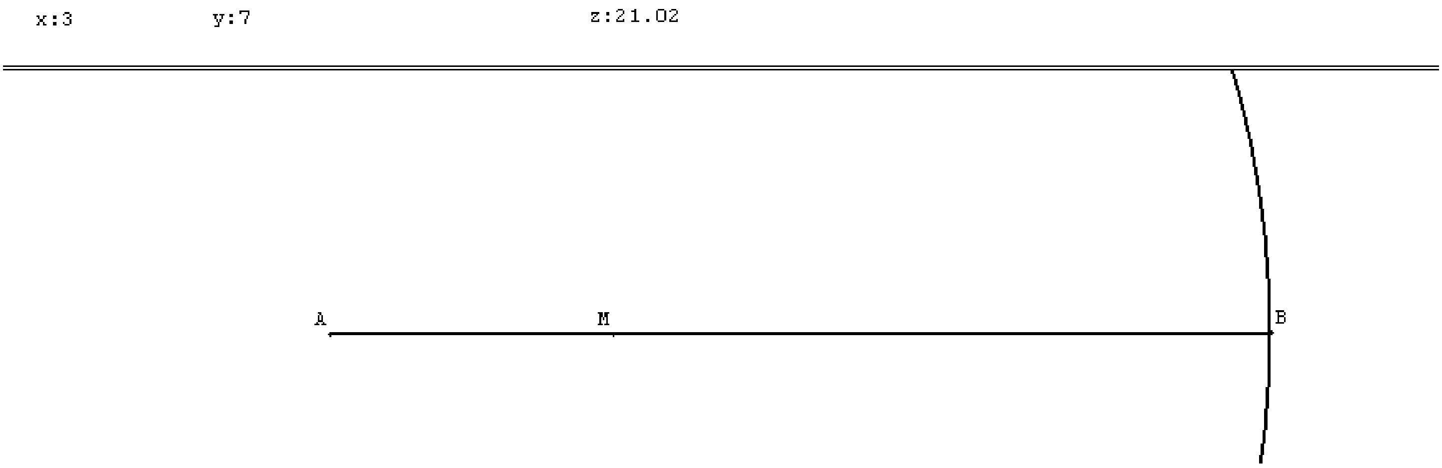
- Une droite (*AB*),
- la perpendiculaire à (*AB*) passant par *A*, un cercle de centre *A* et de rayon 8, une des deux intersections entre ce cercle et cette droite fournit le point *J*
- la perpendiculaire à (*AB*) passant par *A*, un cercle de centre *A* et de rayon 8, une des deux intersections entre ce cercle et cette droite fournit le point *L*, on trace la perpendiculaire à cette droite passant par *L* pour trouver la droite parallèle à (*AB*) distante de 4 cm de (*AB*),
- Le point *S* sera sur cette dernière droite ainsi que sur le cercle centré en *J* et de rayon 10 cm.
- Un point *M* libre sur la droite (*AB*), puis les segments [*JM*] et [*MS*]. On calcule la longueur de ces deux segments et enfin la somme de ces deux longueurs. On demande à Géoplanw par créer affichage d'afficher cette somme. L'utilisateur peut ensuite faire varier le point *M* et visualiser la position pour laquelle la somme sera la plus petite.





Démonstration :
Soit *S'* le symétrique de *S* par rapport à la droite (*AB*). La réflexion étant une isométrie et *M* étant inchangé par cette transformation, $MS = MS'$. Donc il s'agit de minimiser la somme $JM + MS = JM + MS'$. Or, pour cette dernière formulation, la ligne droite étant le plus court chemin entre deux points, il faut placer le point *M* en *M'*, défini par l'intersection entre la droite (*AB*) et la droite (*JS'*).

Exercice 2



1) A partir d'un point A libre dans le plan, B est un point quelconque d'un cercle centré en A et de rayon 10. On a donc $AB = 10$. M est alors un point libre du segment $[AB]$, x est la longueur du segment $[AM]$ et y celle du segment $[MB]$. L'utilisateur demande alors à Géoplanw d'afficher le résultat de x multiplié par y. Le fait de opuvoir faire bouger M sur le segment et l'actualisation des longueurs et du produit à l'affichage nous permet de conjecturer que le maximum aura lieu lorsque le point M sera le milieu du segment $[AB]$, c'est-à-dire que pour une somme donnée, il semble que le maximum du produit soit réalisé lorsque les deux termes sont égaux à la moitié de la somme, x = y = 5 sur l'exemple.

2) Démonstration

a) $(x + y)/2 = m$ donc $2m = x + y = S$.

b) Deux cas se présentent, soit $x = y = m/2$, soit, si l'un d'entre eux est distinct de m, soit de la forme $m - h$ avec h réel, l'autre sera égal à $2m - (m - h) = m + h$, l'un est plus petit l'autre est plus grand.

c) Dans ce cas, $P = xy = (m - h)(m + h) = m^2 - h^2 \leq m^2$
Ainsi, , si $h = 0$, le produit sera égal à m^2, qui est le maximum des produits possibles, donc le maximum a lieu si $x = y = S/2$.

3) La cloture est de forme rectangulaire et de longueur totale 50 m donc le demi-périmètre, c'est-à-dire $l + L$ égale à 25m. Pour que la chèvre ait un maximum d'herbe, il faut une surface la plus grande possible donc un produit $l \times L$ maximal.
Nous sommes ici dans le cadre de la démonstration précédente. Ce maximum aura lieu pour $x = y = 12{,}5$ m.