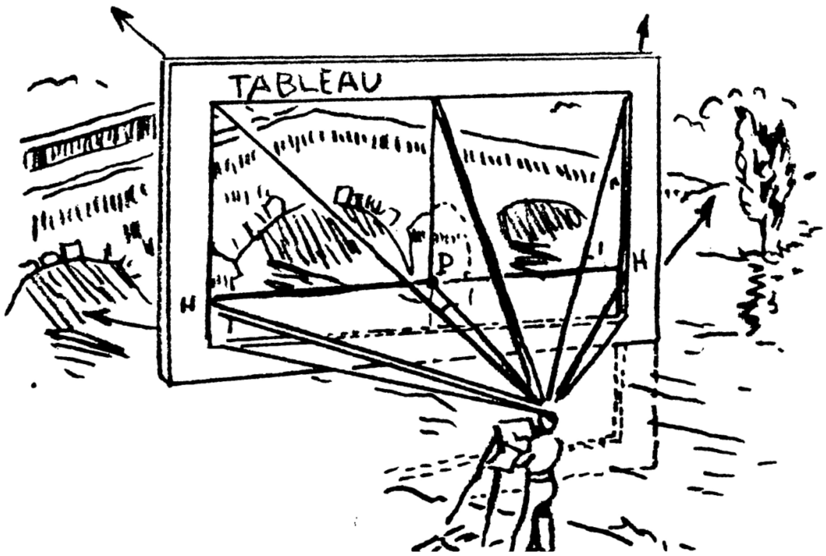
Points de distance et champ visuel



(HH') est la ligne d'horizon pour le spectateur sur le tableau. Dans le plan horizontal formé par l'œil du spectateur et cette ligne d'horizon, l'angle optique est d'environ 37°, c'est l'angle maximal qu'un individu peut isoler sans difficulté.

1) a) En considérant que le spectateur porte son regard perpendiculairement au tableau, au centre de celui-ci, déterminer à quelle distance il doit se placer vous visualiser l'ensemble du sujet décrit par le tableau (ou la vue derrière le cadre du tableau).

b) Sachant que dans le plan vertical, l'angle optique pour un être humain est d'environ 28°, établir, de même, la distance à laquelle le spectateur doit se placer devant le tableau.

2) On suppose dans la suite que l'on se place à environ $1,5l$ où l est la largeur du tableau.
On note P le point défini par l'observateur, S le point de fuite principal et D_1et D_2 les deux points de distance.
Montrer que si on respecte la règle des points de distance énoncée par Alberti, le triangle D_1PD_2 est rectangle en P et isocèle et les points D_1 et D_2 ne sont pas utilisable sur la tableau car en dehors de celui-ci.

3) Comment remédier à cette situation de façon à ce que le peintre d'un tableau puisse néanmoins utiliser des points de distance ?
Il s'agit de construire l'image perspective de la figure formée par une suite de rectangles dont le premier côté $[M_0N_0]$ prend la largeur du tableau et les rectangles sont placés les uns derrière les autres.

a) Construire la vue sur le tableau de 2 de ces rectangles $M_0N_0N_1M_1$ et $M_1N_1N_2M_2$ en utilisant les points de distance, sachant que l'utilisateur est placé de façon à ce que son angle optique sur le tableau soit de 37°.

b) On construit le point L_0 sur $[MN]$ tel que $L_0N_0 = \frac{1}{3}M_0N_0$.

Construire l'image perspective de $L_0N_0N_1L_1$, rectangle formé sur $[M_0N_0]$ et $[M_1N_1]$.

Tracer (L_0N_1). Cette droite coupe (D_1D_2). Que remarquez vous ? Le démontrer.

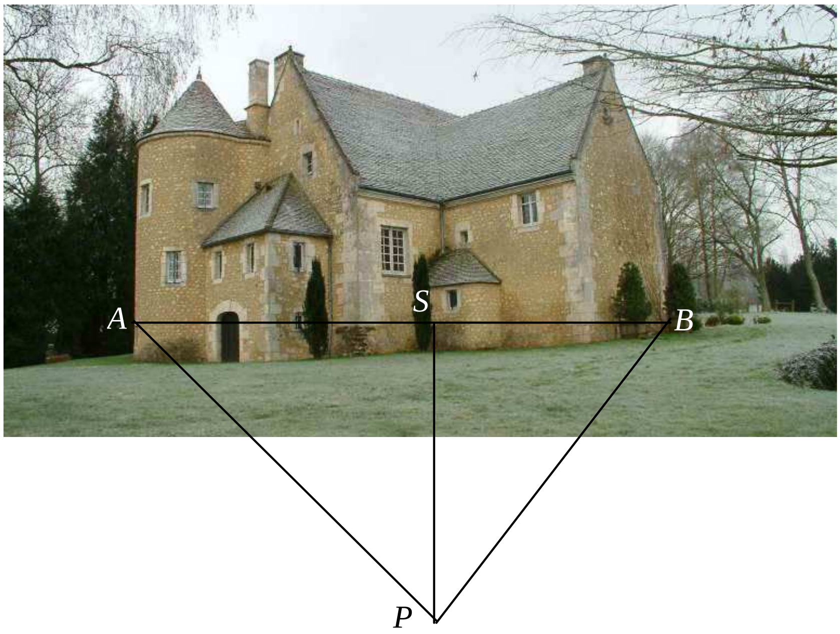
En déduire comment le peintre peut construire l'image perspective de $M_0N_0N_1M_1$ sans utiliser les points de distance. Reprendre totalement la construction demandée dans le 3) a) sans utiliser les points de distance.

4) Donner l'algorithme de construction, sans utiliser les points de distance :
- d'un rectangle
- de n rectangles comme sur la figure décrite ci-dessus.

Correction du devoir

1) a) Pour voir l'ensemble d'un sujet, plein cadre, les yeux fixes, le spectateur doit se tenir à environ 1,5 fois la largeur du modèle. En effet, sur l'image ci-dessous, $\widehat{APB} = 37°$ et supposons que le spectateur se place de façon à ce que la triangle APB soit isocèle en P.

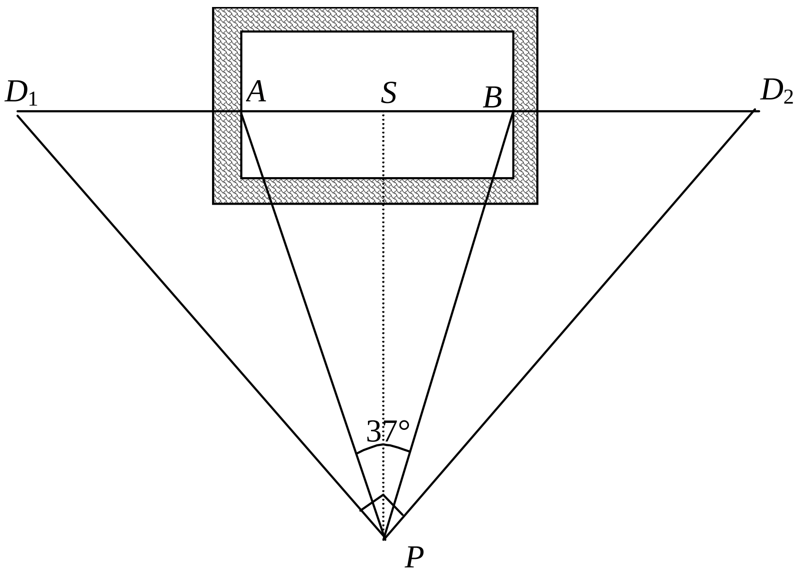
Alors l'angle $\widehat{APS} = \dfrac{37}{2} = 18{,}5°$. Si on note $l = AB$ la largeur de la scène et $d = PS$ la distance du spectateur au sujet, $\tan(18{,}5) = \dfrac{\frac{l}{2}}{d}$ d'où $d = \dfrac{l}{2\tan(18{,}5)} \approx 1{,}5l$



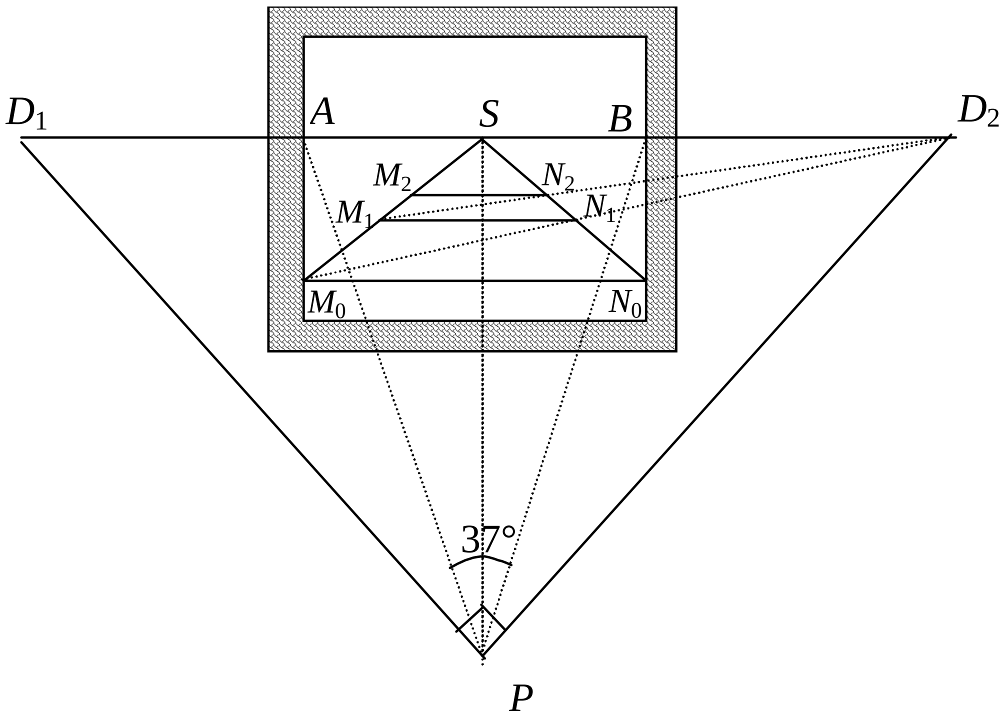
b) De même, dans le plan vertical dont l'angle optique pour un humain est environ 28°, pour voir l'ensemble du sujet de hauteur h, plein cadre, le spectateur doit se placer à environ $2h$.

2) Par la règle des points de distance, $SD_1 = SD_2 = SP$ donc le triangle D_1PD_2 admet le point S comme centre du cercle circonscrit. $[D_1D_2]$ est un diamètre de ce cercle et le triangle est rectangle en P.

$SD_1 = SP = 1{,}5l > SA = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{l}{2}$ et les points de distance sont en dehors du tableau.



3) a)

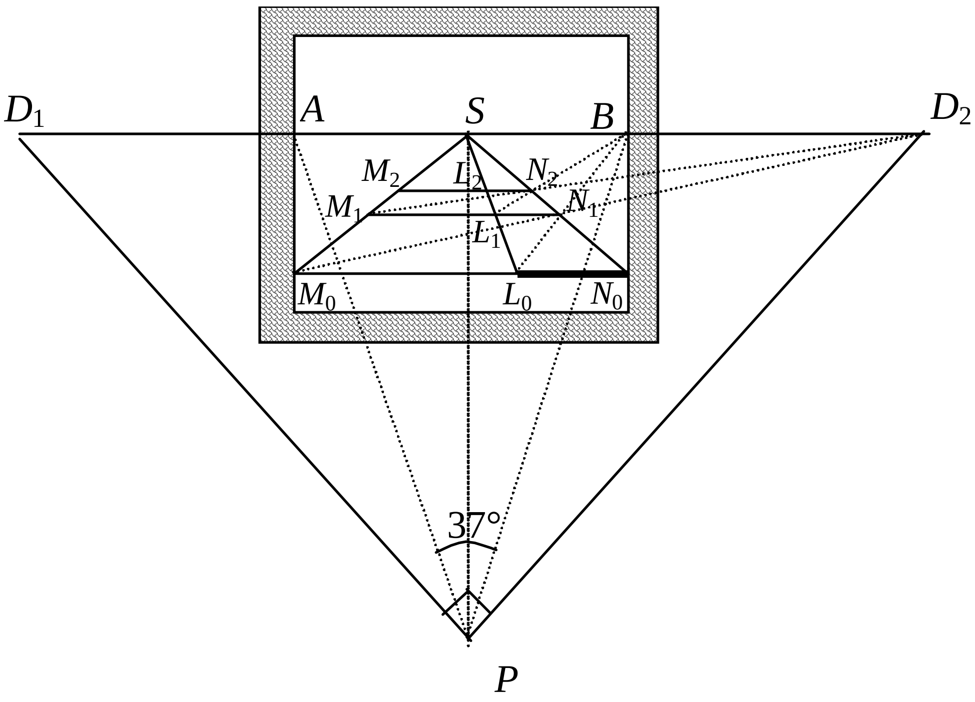


B) EN REPRENANT LES DONNEES DE LA FIGURE CI-DESSUS, TAN(18,5) = $\frac{SA}{PS}$ ET TAN(45) = $\frac{SD_1}{PS}$, LE QUOTIENT DE CES DEUX EGALITES PERMET D'OBTENIR : $\frac{\text{TAN}(18{,}5)}{\text{TAN}(45)} = \frac{SA}{\text{SD}_1} \approx \frac{1}{3}$.

Ainsi, si on réduit la figure au 1/3 de la longueur de celle-ci, le point de distance sera placé au bord du tableau et donc utilisable sur celui-ci.

En effet, puisque l'on peut appliquer le théorème de Thales dans les triangles $L_0N_0N_1$ et SBN_1 mais aussi dans les deux triangles $M_0N_0N_1$ et SD_2N_1, on a les deux égalités :

$\frac{N_1N_0}{N_1S} = \frac{L_0N_0}{SB}$ et $\frac{N_1N_0}{N_1S} = \frac{M_0N_0}{SD_2}$ on a donc nécessairement $\frac{L_0N_0}{SB} = \frac{M_0N_0}{SD_2}$ or nous avons vu que $SB \approx \frac{1}{3}SD_2$ donc il doit en être de même entre les longueurs L_0N_0 et M_0N_0.



Comment utiliser les points de distances "réduits" A et B ?

Il faut tout d'abord construire L_0 tel que $L_0N_0 = \frac{1}{3}M_0N_0$. On obtient N_1 à l'intersection de (L_0B) (point de distance pour L_0) et (SN_0) (point de fuite principal pour N_0).
Le point N_1 permet ensuite de construire le point M_1.

On recommence la même démarche avec le point L_1 tel que $L_1N_1 = \frac{1}{3}M_1N_1$ pour construire M_2 et N_2.

De même, on montre que pour un tableau en hauteur, pour voir en plein cadre un objet ou une scène verticale d'un angle visuel de 28°, on réduit la distance verticale de l'image perspective sur le tableau au $\frac{1}{4}$.

4) Tracer $[MN]$ sur le tableau tel que ce segment soit parallèle à la longueur du tableau, non situé sur la ligne des points de fuite, de longueur celle du tableau. On note $[AB]$ la partie de la ligne de fuite située sur le tableau, de milieu S.

Prendre L sur $[MN]$ tel que $LN = \frac{1}{3}MN$.
N est l'intersection entre (SN) et (LB).
M est le point situé sur (SM) et sur la parallèle à (MN)

Pour n rectangles

Tracer $[M_1N_1]$ sur le tableau tel que ce segment soit parallèle à la longueur du tableau, non situé sur la ligne des points de fuite, de longueur celle du tableau. On note $[AB]$ la partie de la ligne de fuite située sur le tableau, de milieu S.

Pour k variant entre 1 et n faire

Prendre L_k sur $[M_kN_k]$ tel que $L_kN_k = \frac{1}{3}M_kN_k$.
N_{k+1} est l'intersection entre (SN_k) et (L_kB).
M_{k+1} est le point situé sur (SM_k) et sur la parallèle à (M_kN_k)