Les Représentations graphiques[1]

La présentation des résultats d'un programme informatique passe très souvent par une représentation graphique. A ce titre, Scilab dispose d'une multitude de commandes qui permettent :
- de représenter la courbe d'une fonction
- de dessiner la trajectoire d'un mobile
- d'obtenir le graphe d'une surface de l'espace
- d'organiser des données en histogramme, en diagramme circulaire, …
- d'animer un système dynamique
- etc …

Représenter une fonction

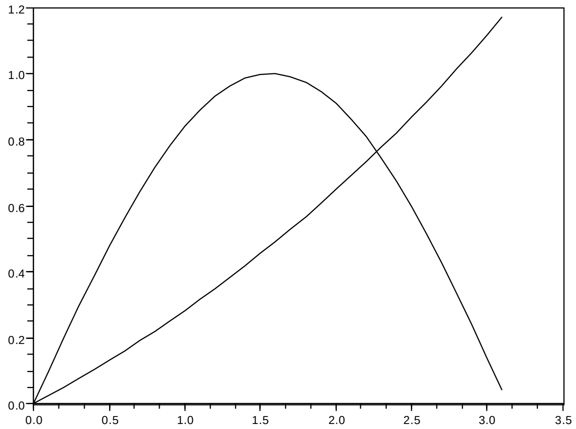
Pour représenter une fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, Scilab procède par interpolation linéaire d'une série de points. Il commence par calculer les valeurs de f pour des abscisses discrétisées $x_1, \ldots, x_n$ puis il dessine ces points en les reliant par des traits. La qualité de la représentation dépend donc du nombre de points.

Utilisation de plot2d pour le tracé d'une fonction f sur un intervalle I :
- On commence par créer un vecteur x qui rassemble les abscisses x_i.
- On applique la fonction pour créer le vecteur $y = f(x)$ des ordonnées $f(x_i)$
- On utilise respectivement x et y comme premier et second arguments de la commande plot2d.

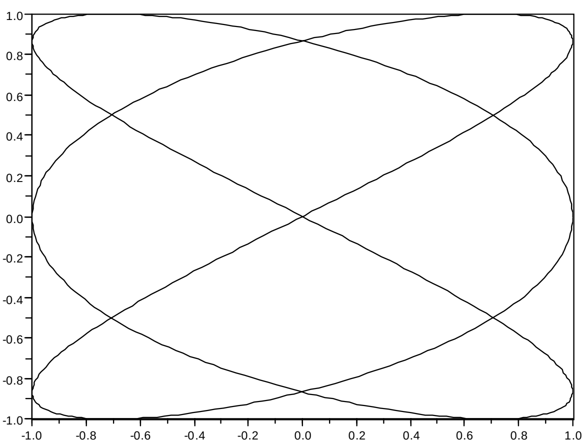
Scilab ouvre alors une fenêtre de visualisation graphique (avec possibilité de zoom, de rotation, d'impression, …) et y trace le graphe de la fonction.

Exemple :

Si on tape à l'invite les commandes suivantes :
```
-->x=[0:0.1:%pi];
-->y1=sin(x);plot2d(x,y1)
-->y2=exp(x/4)-1;plot2d(x,y2)
```
On obtient la fenêtre graphique ci-contre.



Remarques :
- la commande clf permet d'effacer la fenêtre graphique.
- le vecteur des abscisses et celui des ordonnées doivent être de même taille.
- la représentation d'une courbe paramétrée suit le même principe. Il faut alors construire les coordonnées $(x(t);y(t))$ dans deux tableaux x et y puis appliquer de même plot2d(x,y).



[1] D'après un cours de BCPST donné au lycée Fénelon, Paris VI, disponible à http://bcpst1.free.fr/infoBCPST1/index.html

Exercice 1
Utiliser Scilab pour représenter le support de l'astroïde, de la deltoïde, de la strophoïde et de la lemniscate, c'est-à-dire des courbes paramétrées définies respectivement par

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3 t \\ y(t) = \sin^3 t \end{cases} ; \quad \begin{cases} x(t) = 2\cos t + \cos 2t \\ y(t) = 2\sin t - \sin 2t \end{cases} ; \quad \begin{cases} x(t) = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ y(t) = t\dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x(t) = \dfrac{t}{1 + t^4} \\ y(t) = \dfrac{t^3}{1 + t^4} \end{cases}$$

Exercice 2
Un solide (planète, comète, …) soumis à une force gravitationnelle exercée par un objet stellaire (étoile, grosse planète, …) possède une trajectoire plane. Rapportant ce plan à un repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on admet que la position M du centre de gravité de ce solide est donné par la relation

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\theta}$$

où r désigne la distance OM, θ est une mesure de l'angle orienté $(\vec{i}, \overrightarrow{OM})$ et p, e sont des paramètres physiques que l'on appelle paramètre et excentricité de la trajectoire (p *et* e dépendent de la constante de gravitation universelle G et des masses respectives m et M du solide et de l'objet stellaire).
La trajectoire obtenue, lorsque θ parcourt l'intervalle $[0;2\pi]$, est alors une conique.
1) Montrer que les coordonnées $(x(\theta);y(\theta))$ du point M sont : $x(\theta) = r\cos\theta$ et $y(\theta) = r\sin(\theta)$.
2) On prend $p = 1$.
a) Tracer la trajectoire du solide pour $e = 0{,}5$. On obtient alors une *ellipse*.
b) Tracer la trajectoire du solide pour $e = 1$. On obtient alors une *parabole*.
c) Tracer la trajectoire du solide pour $e = 2$. On obtient alors une *hyperbole*.

Exercice 3 Promenades aléatoires
Si on considère la suite des puissances de $\frac{3}{2}$ et si on ne regarde que les chiffres après la virgule, on tombe sur un problème que les mathématiciens ne savent pas encore résoudre : cette suite de nombres est-elle aléatoire ?

Afin d'illustrer cette question, vous devrez utiliser une méthode graphique :
Comment construire une promenade associée à une suite modulo 1 ?
• Le point de départ est le centre d'un cercle de rayon 1.
• A la première étape, on place le premier terme de la suite, suivant sa valeur, sur le cercle et l'on joint les deux points. L'angle permettant de repérer ce point étant proportionnel à sa valeur, modulo 1.
Exemple : si la première valeur est 3,258 968 … soit 0,258 968 … modulo 1, l'angle permettant de repérer ce point sur le cercle est 0,258 968 … $\times 2\pi$ rad
• Le dernier point dessiné devient le centre du nouveau cercle qui va servir à la deuxième étape et ainsi de suite…
Les schémas suivants présentent respectivement une promenade aléatoire des puissances de $\frac{3}{2}$, une autre sur les multiples de $\sqrt{2}$ et enfin des puissances de $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, le "nombre d'or".