

TD : Algorithmes sur les nombres

1) La suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$. Faire afficher les termes u_1 à u_n , n étant saisi au clavier.

2) Conjecture Syracuse (ou de Kollek, ou de Collatz) :

La suite (u_n) est définie par l'entier naturel u_0 et par la relation suivante :

si u_n est impair $u_{n+1} = 3u_n + 1$ et si u_n est pair $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$, u_0 étant saisi au clavier.

Faire afficher tous les termes de la suite jusqu'à ce que l'un d'eux soit égal à 1.

3) Algorithme Babylonien ou méthode de Newton pour calculer \sqrt{a}

En partant de a et u_0 saisis au clavier, avec la formule de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{a}{u_n})$,

donner le premier terme de la suite vérifiant : $|\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n}| < \text{eps} = 10^{-5}$

4) La suite de Fibonacci est définie par $u_0 = u_1 = 1$ et par la relation : $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

Faire afficher les termes u_2 à u_n , n étant saisi au clavier.

5) Faire afficher la somme $S_1(n) = 1 + 2 + \dots + n$, n étant saisi au clavier.

Reprendre l'exercice avec la somme $S_2(n)$ des carrés puis la somme $S_3(n)$ des cubes des entiers de 1 à n .

6) On démontre que la limite de la somme $S(n)$ suivante, lorsque n tend vers $+\infty$, est égale à $\frac{\pi}{4}$:

$$S(n) = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

Faire afficher une valeur approchée de π en calculant $S(n)$, n étant saisi au clavier.

7) Un nombre est parfait s'il est égal à la somme de ses autres diviseurs. C'est le cas, par exemple, de $6 = 1 + 2 + 3$ ou de $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$.

Ecrire un programme testant si un nombre est parfait.

Modifier ce programme pour faire afficher la liste des nombres parfaits compris entre deux entiers saisis au clavier.

8) Un nombre est premier s'il admet exactement deux diviseurs : lui-même et l'unité.

Ecrire un programme testant si un nombre est premier.

Modifier le programme précédent pour faire afficher la liste des nombres premiers compris entre deux entiers saisis au clavier.