

Quelques Repères Historiques : Les Nombres

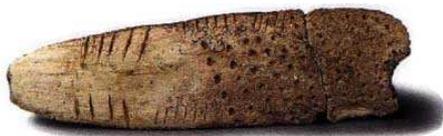
A différentes pratiques des nombres dans l'histoire correspondent différents ensembles de nombres (activité 1 p 10).

Les entiers

Les marques numériques les plus anciennes datent des premières civilisations du Paléolithique (30 000 ans environ av. J.-C.). Les hommes, qui durent apprendre à conserver les nombres, avaient à leur disposition deux supports privilégiés, les os et le bois.

Pour mémoriser combien il y avait d'éléments dans un ensemble de choses (bêtes, hommes ou objets), les hommes du Paléolithique faisaient une marque (souvent une entaille) sur le support choisi.

Ainsi, des "os numériques" de près de 30 000 ans ont été retrouvés.



Bois de renne entaillé datant du Paléolithique (15 000 ans av. J.-C.)

Les numérotations figurées font ensuite leur apparition. Chaque nombre est représenté par un signe physique. Des marques sur un support "en dur" ou bien, des objets

(cailloux, perles, coquillages, nœud, ficelles..) représentent donc des nombres et toutes sortes de dispositifs matériels ont été mis au point : calculi, tables à compter, "planches à poussière", abaques, bouliers, cordelettes à nœuds (présentes dans la Perse de Darius au 5^{ème} siècle av. J.-C.).



Dans la numérotation sumérienne, qui est de base 60, le petit cône vaut 1, la bille 10, le grand cône 60, le grand cône perforé 3600 et la sphère perforée 36 000.

C'est en Mésopotamie et dans d'autres lieux du Moyen Orient (vers -8 000) qu'apparaissent les calculi.

Dans la pratique, chaque caillou vaut "un" et pour des raisons de commodité évidente, on eut l'idée de remplacer un tas par un seul caillou de nature différente, par sa couleur ou par sa forme.

On retrouve d'ailleurs en Mésopotamie chez les sumériens des objets fabriqués ("pierres d'argile"), les *calculi* (calculus, "caillou" en latin), dès la moitié du 4^{ème} millénaire av. J.-C.

Les rationnels

Mesurer des proportions. Les Pythagoriciens montrent que la hauteur d'un son est fonction du rapport des longueurs de cordes pincées.

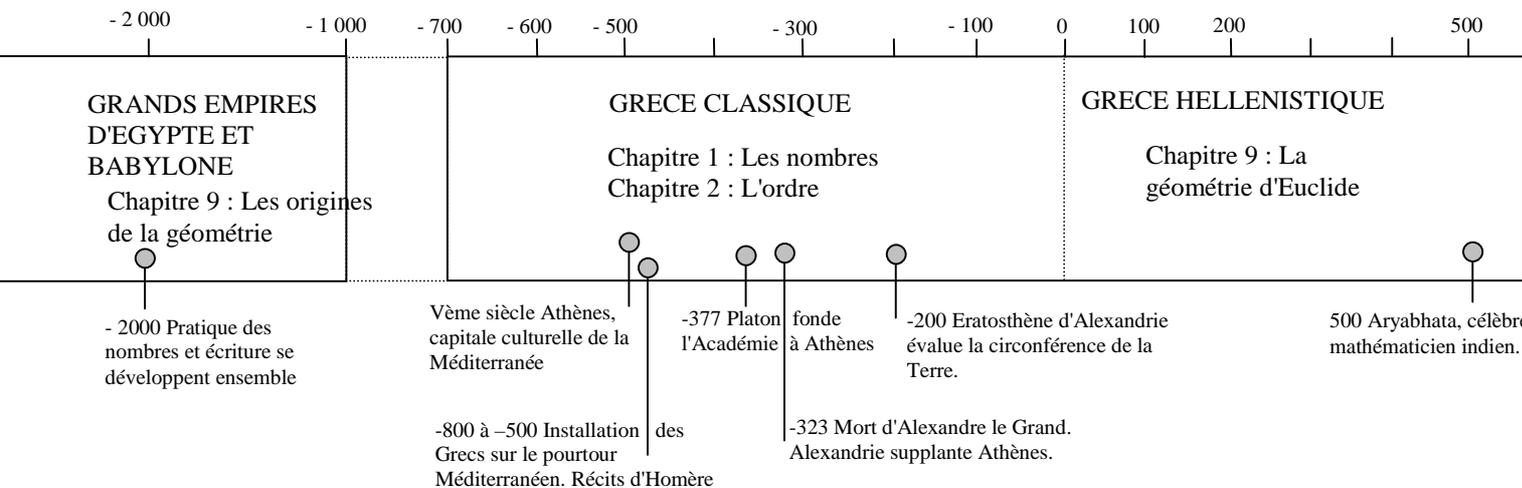
		UNUSUM	DIGITUM	DECIMUM	TRIGESIMUM	QUARTUM	QUINTE	SIXTE	SEPTIMUM	OCYTA
G. de Pythagore.	Rapports. . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Savarts. . .	0	51	102	153	204	255	306	357	408
G. de Zarlino.	Rapports. . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Savarts. . .	0	51	97	125	176	222	273	301	
G. tempérée.	Rapports. . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Savarts. . .	0	50	100	150	200	250	300	350	400
		ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut	

Les réels

Les Grecs démontrent que certaines mesures ne sont pas un rapport de deux entiers.

$\sqrt{2}$ et π sont des nombres irrationnels dont on cherche des approximations.

TD5 p 22 et exercice 142 p 35.



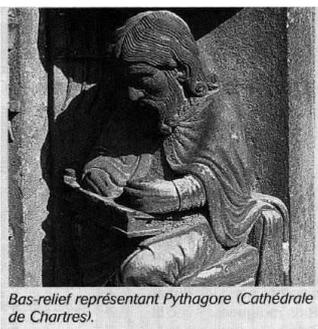
La Grèce de Pythagore : Les nombres (Ve siècle av. J.C.)

Des mathématiciens : les pythagoriciens.

L'école de Pythagore est un groupe fermé. Les rituels sont dirigés par des initiés, ceux qui ont déjà appris : apprendre se dit manthanien, on les nomme donc mathématiciens.

Les nombres sont au cœur de leurs croyances.

Donner à la connaissance de la nature un fondement numérique, tel était le projet des pythagoriciens.



Bas-relief représentant Pythagore (Cathédrale de Chartres).

Les mathématiciens grecs, d'Athènes à Alexandrie

Un mathématicien : Archimède (287-212 av. J.C.)

Comment donner sens aux grandeurs irrationnelles dont le procédé de mesure est sans fin ? Ce sujet de recherche important pour l'école de Platon à Athènes aboutit à la théorie des proportions des *Eléments* d'Euclide et aux travaux d'Archimède.

Syracuse, où vit Archimède, est une cité puissante dont les navires de commerce lui permettent de correspondre avec les mathématiciens d'Alexandrie comme Eratosthène.



La théorie des nombres

Pierre de Fermat, parlementaire à Toulouse, se passionne pour l'étude des nombres. Les mathématiciens du XVII^e siècle sont encore une affaire d'amateurs passionnés.

Chapitre 1 Les nombres premiers



Pierre de Fermat.

Par l'intermédiaire de Mersenne, qui joue à Paris le rôle de secrétaire de l'Europe savante, les recherches de Fermat courent les postes des capitales. Le célèbre "théorème de Fermat" suscite d'innombrables tentatives de démonstrations.

L'équation $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solutions en nombres entiers x, y et z strictement positifs pour n entier supérieur ou égal à 3.

Andrew Wiles, qui viendra à bout du théorème de Fermat en 1994, saura utiliser les ressources d'une communauté mathématique internationale.

La cryptographie : une application de la théorie des nombres.

De multiples recherches ont eu lieu sur la répartition des nombres entiers. Quelle est leur place ? Combien y a-t-il de nombres premiers inférieurs à un nombre donné ? Sont quelques-unes de ces questions. L'une d'entre elles s'intéresse aux grands nombres premiers et à la factorisation de nombres en produit de nombres premiers. C'est la base des travaux d'algorithmes liés à la cryptographie où à l'heure d'internet, la sécurité des cartes à puce, le secret des communications sont de plus en plus indispensables.



La machine Enigma

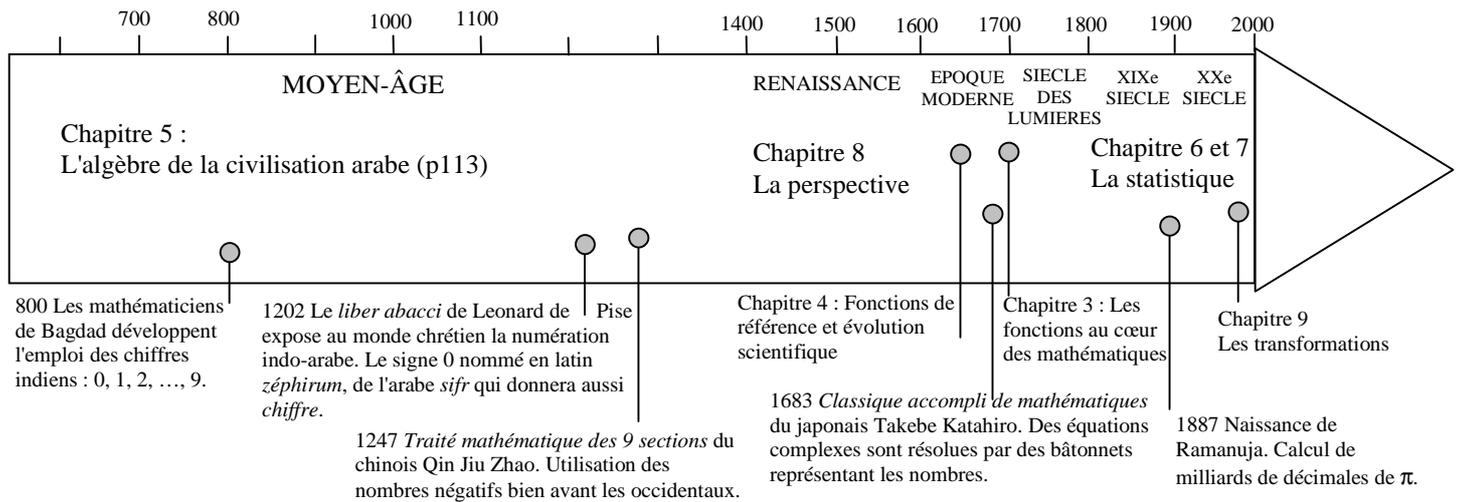
Al-Khwarizmi et la naissance de l'algèbre

Bien avant l'apparition du calcul littéral, plusieurs procédés empiriques ou géométriques ont été utilisés pour résoudre des problèmes de la vie pratique. En effet, arpentage des terrains, questions d'héritage, prêt à intérêt, commerce nécessitent de savoir résoudre des équations.



Au IX^e siècle, Al-Khwarizmi fait paraître un livre intitulé *le livre abrégé du calcul par l'al-jabr et la maqabala*. Dans ce traité, il définit la chose ou la racine qui correspond à une inconnue et le bien qui correspond au produit de la racine par elle-même. Puis il expose comment toute équation peut se ramener en fait à six équations par les procédés d'al-jabr (mot qui a ensuite donné le mot algèbre).

Dans ce livre, l'écriture symbolique n'existe pas encore, tout est écrit avec des mots et les justifications sont géométriques. Il faudra attendre le XVI^e siècle pour que Bombelli et Viète approchent les notations algébriques.



La mort d'Archimède

Tenues deux ans en échec par les machines de guerre d'Archimède, les légions romaines investissent finalement Syracuse.

Le mythe de la mort d'Archimède qui, plongé dans une réflexion géométrique, reste sourd aux ordres des soldats porte un message universel :

La culture ne peut être conquise par les armes.



Morte d'Archimède.

Une mathématicienne : Sophie Germain



La science reste, au XVIII^e siècle une affaire d'hommes et pour Sophie Germain (1776-1831), se passionner pour les mathématiques, c'est étudier seule jour et nuit, c'est opposer une détermination sans faille aux obstacles dressés par son entourage. Elle saura imposer ses

recherches en théorie des nombres en démontrant des cas particuliers du "grand théorème de Fermat".

Alors qu'éclatent les guerres napoléoniennes, elle intervient pour faire protéger le grand mathématicien allemand Karl Gauss.

