

Quelques Repères Historiques : La Géométrie

Triangles, cercles : quelle histoire dresser de ces figures qui, malgré les évolutions des mathématiques, semblent inchangées depuis l'antiquité ?

Euclide

Mathématicien grec du III^e siècle av. J.-C. dont on connaît peu de chose. Il serait fondateur de l'école mathématique d'Alexandrie, véritable foyer de la culture grecque.

Les figures

Les *Eléments* d'Euclide définissent le cercle sans pour autant mentionner sa forme ronde :

"Un cercle est une figure plane enfermée par une ligne telle que les droites tirées d'un point interne à celle-ci soient toutes égales."

Le cercle n'est pas un *rond abstrait*, c'est la description d'un savoir technique : on sait "tirer" avec une corde des "droites" depuis un piquet.



Euclide et l'école d'Athènes, tableau de Raphaël

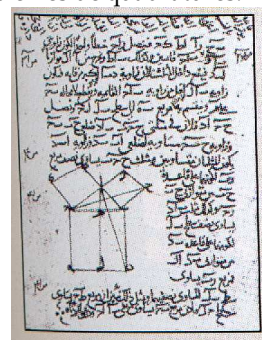
Les configurations : des figures pour démontrer

Un très petit nombre de formes suffit à illustrer les *Eléments*. En jouant avec les positions relatives des cercles, triangles, parallélogrammes, les Grecs ont découvert comment obtenir des significations différentes, les **configurations** qui donnent les clés des preuves de parallélisme, alignement, orthogonalité ...

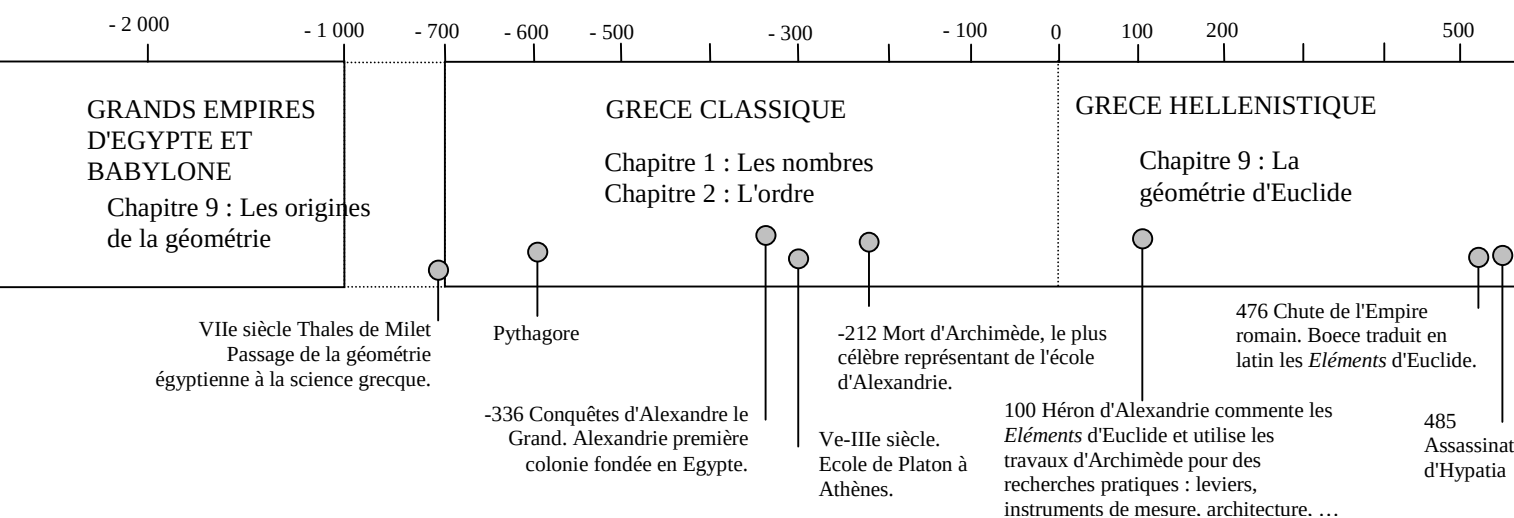
Chapitre 10 : les triangles isométriques

Les treize livres des *Eléments* d'Euclide n'ont pas d'équivalent dans l'histoire. Ils symbolisent le caractère déductif de la géométrie : les connaissances s'enchaînent par des démonstrations.

De nombreux raisonnements utilisent des triangles isométriques ou semblables pour décomposer une figure complexe. Les Grecs développent des méthodes abstraites pour démontrer les théorèmes dits de Thalès et Pythagore ou résoudre des problèmes de quadratures.



Théorème de Pythagore, version arabe, XIII^e siècle.



A l'origine : partages de terrains (-2000)

Geo : terre et Metron : mesure. Le Grec Hérodote attribue à l'ancienne Egypte l'invention de la géométrie en réponse aux problèmes posés par les crues du Nil.

Des mathématiciens : les scribes

"Ce roi partagea le sol entre tous les Egyptiens, attribuant à chacun un lot égal aux autres, carré, et c'est d'après cette répartition qu'il établit des revenus. S'il arrivait que le fleuve enlevât à quelqu'un une partie de son lot [...], lui, envoyait des gens pour mesurer de combien le terrain était amoindri [...]."



C'est ce qui donna lieu, à mon avis, à l'invention de la géométrie, que les Grecs rapportèrent dans leur pays."

Hérodote, *Histoires*, II, 109

Chapitre 9 : La géométrie d'Euclide (III^e siècle av. J.-C.)

Avec sa Grande Bibliothèque, son musée, Alexandrie connaît une activité intellectuelle intense. C'est là que sont composés les *Eléments* d'Euclide, qui deviendront le modèle de la géométrie pour les vingt prochains siècles.



Les figures dans l'histoire : noms anciens pour choses nouvelles

La géométrie poursuit son évolution et subit encore des transformations radicales au XXe siècle et, tout en gardant même nom et même forme, les cercles et triangles voient leurs significations profondément changées au cours de l'histoire.

Des points de vue très différents sont portés sur le triangle selon les époques :



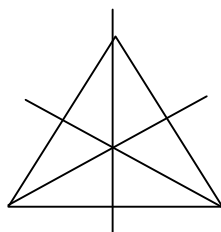
IIIe siècle
Euclide : Intersections de cercles



XIIe siècle
Espagne : Figure permettant de paver le plan

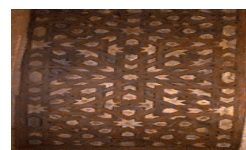
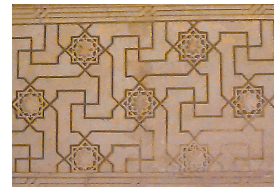


Temple Asakusa jinja
Tokyo. Figure invariante
Par rotation de 120°.



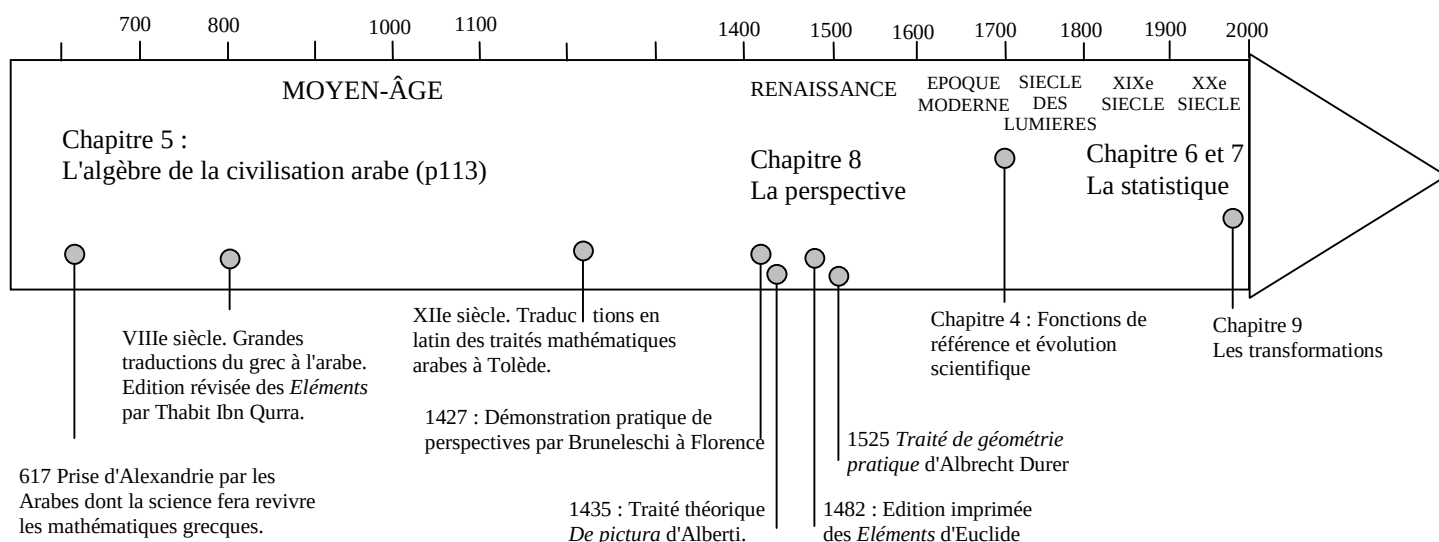
XXe siècle
Isométries laissant le triangle invariant

On montre qu'il n'existe que 17 façons de paver un plan, c'est le "théorème de l'Alhambra". Les mathématiciens lui ont donné ce nom, car le palais de l'Alhambra abrite 15 de ces 17 possibilités au travers de ces mosaïques. Et il n'existe pas d'autres endroits où l'on peut les trouver. Il est alors légitime d'imaginer que les architectes et sculpteurs arabes avaient compris la technique de représentation d'un pavage à partir de son motif initial.



Les mosaïques du palais de l'Alhambra

Le palais de l'Alhambra surplombe et veille sur la magnifique ville de Grenade, au beau milieu de l'Andalousie. Elle est le dernier symbole du pouvoir musulman dans la péninsule ibérique avant d'être reprise par les rois catholiques en 1453. L'intérêt mathématique de ce somptueux palais réside dans le système ornemental islamique qu'il renferme. En effet, en s'y promenant, on remarque notamment des mosaïques qui constituent des pavages.



Une mathématicienne : Hypatia

Les très nombreuses éditions des *Eléments*, comme celle sur laquelle travaille **Hypatia** à Alexandrie, en passant d'une civilisation à l'autre, permettront à la géométrie grecque de survivre à la chute du monde gréco-romain.



Chapitre 8 : La perspective

Des mathématiciens : les artistes du cinquecento.

Comment représenter sur un plan des figures de l'espace ? On s'aide des *Eléments* d'Euclide pour rechercher les règles géométriques, pour représenter le monde réel. Pour Alberti : "la peinture sera une section de la pyramide visuelle".

La paternité de l'invention de la perspective est attribuée à **Filippo Brunelleschi** (1377-1446), architecte florentin, à qui l'on doit notamment la cathédrale de Florence et sa coupole. Il n'a malheureusement laissé aucun traité ni aucune explication de sa méthode.

Un homme unique : Escher

Né en 1898, **Maurits Cornelis Escher**, passionné de géométrie est un artiste hollandais qui s'est spécialisé en xylogravure dans notamment, la création de trompe-l'œil ... c'est-à-dire lorsque votre cerveau ne perçoit qu'une fraction de la réalité.

Mais cet artiste s'est aussi illustré dans la réalisation de pavages. Un pavage est un recouvrement (d'un plan) par des formes

géométriques, où aucune d'elles ne se chevauchent, ainsi qu'aucun vide ne les sépare.



Reptiles de M.C. Escher