

Devoir Terminale S5

Exercice 1

Soit z un nombre complexe tel que $z \neq 1$

On appelle A, M et M' les points d'affixes respectives $1, z$ et z^2 .

Déterminer les points M tels que le triangle AMM' soit équilatéral.

Exercice 2

Soit $a \in \mathbb{C}$ avec $a \neq -i$, montrer que $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left| \frac{1+ia}{1-ia} \right| = 1$

Exercice 3 Le théorème de Napoléon

Soit ABC un triangle direct.

On construit les triangles BPC, ACQ et ARB équilatéraux directs de centres de gravité respectifs S, T, W .

On prendra les notations habituelles ; $a, b, c, p, q, r, s, t, w$ pour les affixes des points $A, B, C, P, Q, R, S,$

T, W respectivement, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1) Faire une figure.

2) En utilisant des transformations du plan, déterminer les affixes s, t, w en fonction de a, b, c .

3) En utilisant la question 2), démontrer que le triangle STW est équilatéral.

a) Déterminer, en fonction de a, b, c l'affixe du centre de gravité du triangle STW .

b) Qu'à-t-on démontré ?

Bien qu'il soit traditionnellement attribué à Napoléon Bonaparte, qui l'aurait énoncé pour la première fois en 1787, il n'y a pas de preuve tangible qu'il soit effectivement l'auteur du théorème.

Napoléon fut l'ami du mathématicien français Gaspard Monge (1746 ; 1818) qui l'accompagna du 1798 à 1801 dans son expédition en Egypte.