

## Contrôle Terminale S

### Exercice 1 (4 points)

On se propose d'étudier l'échauffement d'un conducteur parcouru par un courant électrique d'intensité constante. Par effet Joule, le conducteur s'échauffe et sa température  $\theta(t)$  (en °C) est fonction du temps  $t$  (en secondes).

A l'instant  $t = 0$  de la mise sous tension, la température du conducteur est  $\theta(0) = 0^\circ\text{C}$ .

Dans les conditions de l'expérience, le bilan énergétique se traduit par l'équation :

$$\theta'(t) + 20\lambda\theta(t) = 2$$

où  $\lambda$  est une constante dépendant du conducteur et des conditions de l'expérience.

On prend  $\lambda = 5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

1) Exprimer  $\theta(t)$  en fonction de  $t$ .

2) Quel est le temps nécessaire pour que la température du conducteur atteigne une valeur de  $10^\circ\text{C}$  ?

3) Calculer la température limite du conducteur, c'est-à-dire  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t)$ .

4) Tracer la courbe  $\Gamma$  représentative de  $\theta$  dans un repère du plan.

### Exercice 2 (5 points)

Le but de l'exercice est de démontrer l'existence d'une unique fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  vérifiant la condition :

$$(E) \begin{cases} f(-x) \times f'(x) = 1 \text{ pour tout réel } x \\ f(0) = -4 \end{cases}$$

puis de déterminer cette fonction.

1) On suppose qu'il existe une fonction  $f$  satisfaisant la condition (E) et on considère alors la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = f(-x)f(x)$ .

a) Démontrer que la fonction  $f$  ne s'annule pas sur  $\mathbb{R}$ .

b) Calculer la fonction dérivée de la fonction  $g$ .

c) En déduire que la fonction  $g$  est constante et déterminer sa valeur.

d) On considère l'équation différentielle

$$(F) : y' = \frac{1}{16}y$$

Montrer que la fonction  $f$  est solution de cette équation et qu'elle vérifie  $f(0) = -4$ .

2) Démontrer qu'il existe une unique solution de l'équation différentielle (F) prenant la valeur -4 en 0.

3) Déduire des questions précédentes qu'il existe une seule fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$  satisfaisant la condition (F) et préciser quelle est cette fonction.

### Exercice 3 (2 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, sans justifier la réponse.

Soit (E) l'équation différentielle  $y' = y$ .

1) La fonction exponentielle est l'unique solution sur  $\mathbb{R}$  de (E).

2) La fonction  $x \rightarrow -2e^x$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de (E).

3) La fonction  $x \rightarrow -3e^{x-2}$  est l'unique solution sur  $\mathbb{R}$  de (E) qui prend la valeur -3 en 2.

4) Si une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de (E), alors la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -f(x)$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle  $y' = -y$ .

**Exercice 3** (4,5 points)

Un fournisseur d'accès à Internet souhaite proposer à ses abonnés deux nouveaux services, le téléphone illimité et la télévision en qualité numérique. Il fait réaliser un sondage auprès de tous ses abonnés : 80 % sont intéressés par le téléphone illimité, 28 % par la télévision en qualité numérique et 16 % par les deux services.

- 1) On choisit au hasard un abonné.
  - a) Déterminer la probabilité qu'il ne souhaite aucun des nouveaux services.
  - b) Déterminer la probabilité qu'il ne souhaite pas le téléphone illimité.
  - c) Déterminer la probabilité qu'il souhaite au moins un des nouveaux services.
- 2) On interroge un individu au hasard parmi les abonnés intéressés par la télévision en qualité numérique. Déterminer la probabilité qu'il souhaite aussi l'option téléphone illimité.
- 3) Le fournisseur d'accès à Internet décide de proposer à ses 500 000 abonnés le choix entre trois forfaits s'ajoutant aux 20 € de l'abonnement mensuel pour l'accès à Internet :
  - option I : téléphone illimité pour 10 € par mois
  - option II : télévision en qualité numérique pour 12 € par mois
  - option III : téléphone illimité et télévision en qualité numérique pour 20 € par mois.
  - a) Soit  $A$  la variable aléatoire égale à la recette que ce fournisseur d'accès peut réaliser en proposant l'option I. Déterminer la loi de probabilité de  $A$  ainsi que son espérance.
  - b) Reprendre la question a) pour l'option II et pour l'option III. En déduire la recette totale que ce fournisseur peut espérer obtenir.
  - c) Soit  $X$  la variable aléatoire égale à la recette que ce fournisseur d'accès peut réaliser. Déterminer la loi de probabilité de  $X$  ainsi que son espérance. Comparer ce résultat avec celui obtenu en 3) c).

**Exercice 4** (4,5 points)

Avant le baccalauréat, on estime que les trois quarts des candidats révisent, et qu'un candidat a neuf chances sur dix d'être admis s'il a révisé, et seulement deux chances sur dix s'il n'a pas révisé.

Après le baccalauréat, tous les reçus font les fiers en prétendant qu'ils n'avaient même pas révisé et tous les refusés crient à l'injustice et affirment avoir travaillé jour et nuit ...

On rencontre au hasard un candidat après l'examen.

On note respectivement  $A$ ,  $R$  et  $M$  les événements : " le candidat est admis ", " le candidat a révisé " et " le candidat est un menteur ".

- 1) Quelle est la probabilité que le candidat rencontré soit admis et ait révisé ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un candidat refusé n'ayant pas révisé ?
- 3) Quelle est la probabilité que ce candidat soit admis ?
- 4) Quelle est la probabilité d'avoir affaire à un menteur ?
- 5) Le candidat est admis. Quelle est la probabilité que ce soit un menteur ?
- 6) Quelle est la probabilité que ce soit un menteur sachant qu'il est refusé ?
- 7) Y a-t-il plus de chances d'avoir affaire à un menteur si le candidat est admis ou si le candidat est refusé ?
- 8) Peut-on dire que le fait d'être menteur augmente les chances d'être reçu ?